

CHAPITRE 2

- ÉQUILIBRE VERTICAL

2.1 Introduction

On a constaté dans la section 1.3 qu'à l'échelle synoptique l'atmosphère était à toutes fins utile dans un état d'équilibre sur le plan vertical, appelé équilibre hydrostatique (voir figure 2.1). **L'existence du mouvement vertical à cette échelle de l'ordre de quelques cm s^{-1} démontre quand même que l'équilibre n'est pas exacte.** Pour utiliser l'équation verticale du mouvement afin de calculer l'accélération à partir des forces, il faudrait mesurer la force (par unité de masse) verticale de gradient de pression et celle de la gravité à 8 chiffres significatifs et la force de Coriolis à 4 chiffres significatifs; une tâche presque impossible. En effet, l'approximation hydrostatique s'avère utilisable même à la méso-échelle (α et β).

Même si cette équation n'est pas utile pour étudier le mouvement vertical, le fait que les forces de gravité et de pression soient presque en équilibre nous permet de calculer, comme déjà indiqué, l'une par rapport à l'autre avec une précision de 4 chiffres significatifs, c.-à-d.

$$(2.1) \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = -g + \varepsilon (0.01\%) \quad \text{L'équation hydrostatique}$$

où ε est l'erreur relative due aux termes négligés.

La précision de l'équation (2.1) va nous permettre d'étudier et de calculer plusieurs phénomènes. D'abord, on développera un rapport entre l'altitude et la pression qui va nous amener vers une nouvelle coordonnée verticale. Ensuite, pour la première fois, on abordera le problème du mouvement vertical.

2.2 L'équation hypsométrique

Maintenant, on peut procéder au calcul du rapport entre la pression et l'altitude. L'équation hydrostatique donne le rapport entre le gradient vertical de pression et la masse volumique.

Or, il existe aussi un rapport entre la pression, la densité et la température d'après la loi des gaz parfaits:

$$(1.12) \quad \rho = \frac{p}{RT}$$

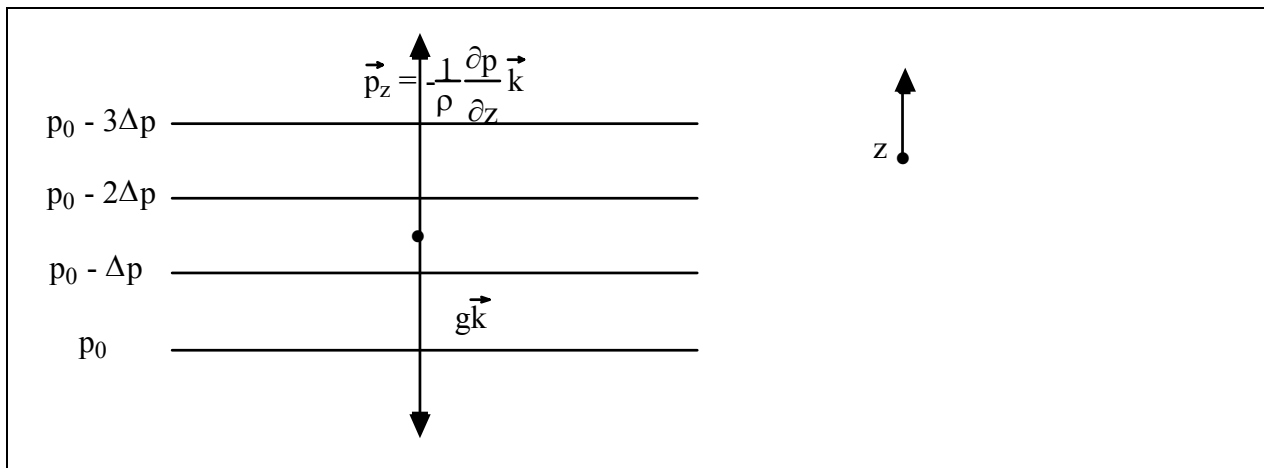


FIGURE 2.1: Équilibre des forces sur le plan vertical.

Éliminant ρ dans l'équation (2.1) par l'équation (1.12), le gradient vertical de pression devient:

$$(2.2) \quad \frac{\partial p}{\partial z} = - \frac{pg}{RT}$$

Donc, à une pression donnée, le gradient vertical de pression est inversement proportionnel à la température; ou en inversant l'équation:

$$(2.3) \quad \frac{\partial z}{\partial p} = - \frac{RT}{pg}$$

La distance Z entre les surfaces isobares est directement proportionnel à la température et en intégrant cette équation (2.3), cette distance (**l'épaisseur**) est calculée comme suit :

$$(2.4) \quad \Delta Z = Z_{p_2} - Z_{p_1} = \int_{Z_{p_1}}^{Z_{p_2}} dZ = -\frac{R}{g} \int_{p_1}^{p_2} \frac{T}{p} dp$$

La température peut être extraite de l'intégrant en prenant sa moyenne logarithmique pour la couche.

$$(2.5) \quad \langle T \rangle_{p_1 p_2} = \frac{1}{\ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)} \int_{p_1}^{p_2} \frac{T}{p} dp$$

En inversant les limites d'intégration, pour enlever le signe négatif, l'épaisseur devient :

$$(2.6) \quad \Delta Z = Z_{p_1} - Z_{p_2} = \frac{R}{g} \langle T \rangle_{p_2 p_1} \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$$

Donc, la distance entre deux surfaces isobares est directement proportionnelle à la température moyenne (logarithmique) dans la couche entre les deux surfaces. Pour les couches assez minces (≈ 100 mb) dans la basse troposphère, cette moyenne est presque équivalent à la moyenne linéaire.

Si la hauteur inférieure est prise au sol, l'équation (2.6) calcule la hauteur (Z_p) des surfaces isobares (p) à partir de la pression au sol (p_s) et la température moyenne logarithmique $\langle T \rangle_p$ entre le sol et la surface isobare soit:

$$(2.7) \quad Z_{p^*} = \frac{R}{g} \langle T \rangle_{p_s p^*} \ln \left(\frac{p_s}{p^*} \right) + Z_s = \frac{R}{g} \int_{p^*}^{p_s} \frac{T}{p} dp + Z_s$$

La hauteur Z calculée par l'équation (2.7) est souvent appelée la hauteur géopotentielle. Ce nom découle du fait que le travail requis pour soulever une unité de masse du niveau de la mer (où $Z = 0$) jusqu'à Z est:

$$(2.8) \quad \Phi_{p^*} = \int_0^{Z_{p^*}} g \, dZ = gZ_{p^*} = R \int_{p^*}^{p_m} \frac{T}{p} \, dp + \Phi_{p_m}$$

où p_m est la pression au niveau de la mer.

Cette équation, appelée **l'équation hypsométrique** est utilisée afin de calculer l'altitude d'une radiosonde. Cet instrument porté par un ballon mesure la pression et la température en fonction du temps. L'équation hypsométrique sert à trouver la hauteur correspondante. L'erreur de ces calculs de l'altitude est de l'ordre de 1% (10m sur 1000m). On note que selon cette équation, le calcul de la hauteur d'une surface isobarique changera en fonction des changements de pression au sol ou des changements de température entre le sol et la surface isobare ou une combinaison des deux.

L'équation hydrostatique (2.1) peut aussi être intégrée du sol jusqu'à la limite de l'atmosphère où la pression est nulle (en principe la hauteur où $p = 0$ approche l'infini). Comme résultat, on trouve que :

$$(2.9) \quad p_s = g \int_{Z_s}^{\infty} \rho \, dz$$

qui indique que la pression au sol égale le poids total de l'air dans une colonne verticale au-dessus.

L'équation (2.9) nous permet de calculer la pression au sol et, parallèlement, la tendance de la pression au sol à partir de la variation de la masse totale dans la colonne:

$$(2.10) \quad \frac{\partial p_s}{\partial t} = g \int_{Z_s}^{\infty} \frac{\partial \rho}{\partial t} dz$$

Selon le principe de la conservation de la masse, l'équation de continuité donne le rapport entre la variabilité locale de la masse volumique et la divergence de la masse.

$$(1.11) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \rho \vec{V}$$

Donc, la tendance de pression au sol peut être calculée en principe par la somme totale de la divergence de la masse dans la colonne verticale:

$$(2.11) \quad \frac{\partial p_s}{\partial t} = -g \int_{Z_s}^{\infty} (\vec{\nabla} \cdot \rho \vec{V}) dz$$

Cependant, les erreurs dans les observations du vent rendent cette équation inutile en pratique pour le calcul de la tendance de pression au sol.

Pression au niveau de la mer

La pratique de la météorologie synoptique exige une connaissance des distributions horizontales des paramètres physiques tels que la pression à un niveau standard. En général, on utilise le niveau de la mer comme référence, étant donné que la plupart des stations d'observations se trouvent près de cette altitude. Cependant, la pression atmosphérique varie plus rapidement selon la verticale que sur le plan horizontal. Donc, il faut ajuster la distribution de pression mesurée au sol qui représente surtout la distribution de l'altitude des sites d'observation. Pour cette fin, on se sert de l'équation hypsométrique afin de calculer une pression fictive au niveau de la mer (p_m) à partir de la pression au sol (p_s) à l'altitude Z_s au-dessus du niveau de la mer, soit:

$$(2.12) \quad p_m = p_s \exp \left[\frac{gZ_s}{R\langle T \rangle_m} \right]$$

où $\langle T \rangle_m$ est la température moyenne fictive de la couche d'air entre le sol et le niveau de la mer. Étant donné que la couche d'air n'existe pas, on se sert de la température moyenne (12 heures) de l'air dans l'abri météorologique à la place de la moyenne pour la couche. Cette technique standard ne produit pas trop d'anomalie sauf pour les stations de forte altitude.

2.3 Coordonnées isobariques

Selon les grandeurs caractéristiques calculées, la grandeur du gradient vertical de pression est 10^4 fois supérieur au gradient horizontal de pression. Ce qui indique que les surfaces isobares (une surface sur laquelle la pression est constante) sont essentiellement parallèles à la surface de la terre (voir la figure 2.2a). Donc, la direction du gradient de pression:

$$\nabla p = \frac{\partial p}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \hat{k}$$

Dimensions

caractéristiques $10^{-3} \quad 10^{-3} \quad 10^1$

(N m⁻³)

est presque exactement dans la direction verticale:

$$\vec{\nabla} p \approx \frac{\partial p}{\partial z} \hat{k}$$

On va utiliser ce fait pour échanger l'axe z pour p. Cependant, la force de pression horizontale, importante pour les calculs du mouvement horizontal, est due aux petites déviations des surfaces isobares du plan horizontal. Étant petites, ces déviations sont difficiles à mesurer.

Étant donné que les surfaces isobares sont quasi-horizontales, la coordonnée verticale z est remplacé par la variable p utilisant le rapport entre z et p donné par l'équilibre hydrostatique. Les équations du mouvement horizontal ainsi que les autres équations peuvent être ensuite transformées dans ce système de coordonnées avec la pression pour la coordonnée verticale. La force horizontale de pression qui agit en fonction du gradient de pression mesuré à altitude constante sera, selon la figure 2.2b clairement en fonction de la variabilité de la hauteur des surfaces isobares. Le gradient horizontal de pression à $z = z_h$ dépend du nombre de surface isobariques qui coupent la surface de la hauteur constante dans une certaine distance horizontale. Plus les surfaces isobariques sont inclinées, plus il y a de surfaces qui coupent la surface de hauteur constante.

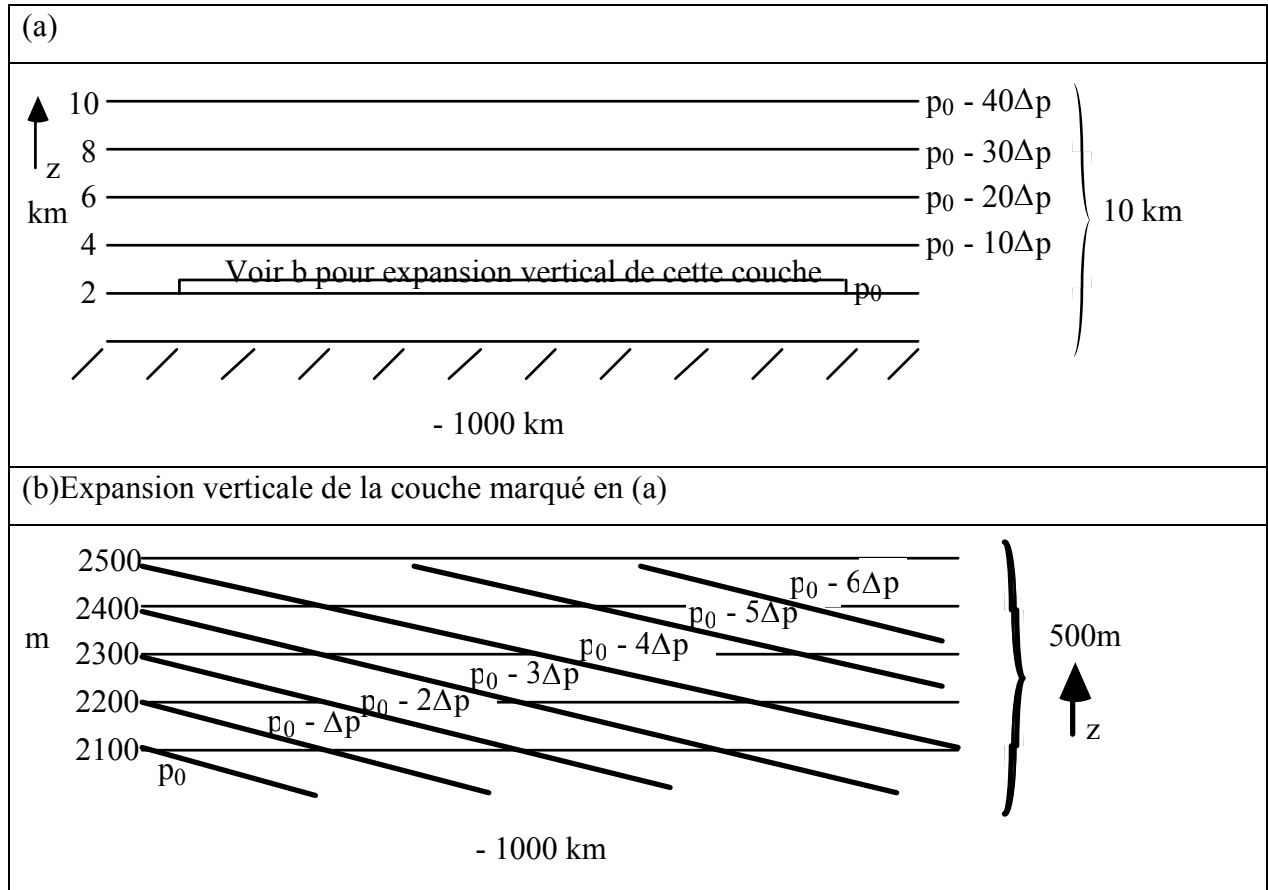


FIGURE 2.2: Coupe verticale des surfaces isobariques.

La forme générale de conversion des gradients horizontaux du paramètre général A du système z constant au système p constant est:

$$(2.13) \quad \vec{\nabla}_h A = \vec{\nabla}_p A - \frac{\partial A}{\partial z} \vec{\nabla}_p Z$$

$\vec{\nabla}_p p$ est nul par définition et à partir de l'équation hydrostatique (l'équation (2.1)), on peut écrire que

$$\partial p / \partial z = -\rho g.$$

Donc la transformation du gradient de pression devient:

$$(2.14) \quad \vec{\nabla}_h p = \rho g \vec{\nabla}_p Z = \rho \vec{\nabla} \Phi$$

ou

$$(2.15) \quad \frac{1}{\rho} \vec{\nabla}_h p = g \vec{\nabla}_p Z = \vec{\nabla} \Phi$$

Les équations du mouvement (équation (1.25)) deviennent dans le nouveau système de coordonnées:

$$\vec{a}_h = \vec{p}_h + \vec{c}_h + (\vec{r}_h)^*$$

$$\frac{d\vec{V}_h}{dt} = -\vec{\nabla}_p \Phi - f \vec{k} \times \vec{V}_h + (\vec{r}_h)^*$$

$$(2.16) \quad x: \quad \frac{du}{dt} = - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_p + f v + (r_x)^*$$

$$y: \quad \frac{dv}{dt} = - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)_p - f u + (r_y)^*$$

(* Dans la couche limite seulement.)

La dérivée totale du vent dans ce système est:

$$(2.17) \quad \frac{d\vec{V}_h}{dt} = \frac{\partial \vec{V}_h}{\partial t} + u \left(\frac{\partial \vec{V}_h}{\partial x} \right)_p + v \left(\frac{\partial \vec{V}_h}{\partial y} \right)_p + \omega \left(\frac{\partial \vec{V}_h}{\partial p} \right)$$

où l'indice p signifie que p est tenu constant à la place de z et $\omega \equiv \frac{dp}{dt}$ joue le même rôle que

$$w \equiv \frac{dz}{dt}.$$

L'équation de continuité (équation (1.11)) devient:

$$(2.18) \quad \frac{\partial \omega}{\partial p} = -\vec{\nabla}_p \cdot \vec{\nabla}_h = -\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_p + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_p \right]$$

Dimensions

caractéristiques 10^{-6} 10^{-6} 10^{-5} 10^{-5}

(Pa s⁻¹)

L'utilité principale de la pression en tant que coordonnée verticale apparaît évidente : la masse volumique disparaît des équations du mouvement et de l'équation de continuité. De plus la divergence mesurée sur une surface isobares est relié à $\omega = dp/dt$ qui est le taux de la variation de la pression des particules d'air. Bien que la notion de ω à la place de w pour le mouvement vertical soit un peu difficile, la variation de pression des particules d'air est un paramètre très utile étant donné que les variations de la température et de la masse volumique sont reliées directement aux variations de la pression par les lois de la thermodynamique.

Rapport entre ω et w

Physiquement, w représente le taux de changement de la hauteur des particules d'air. Parce que le gradient de pression est essentiellement vertical, un changement de hauteur comporte une diminution de pression. Donc, ω devrait être proportionnel à w mais, à cause du fait que l'axe p se dirige dans la direction opposée à l'axe z , ω et w sont de signe opposé.

Cette relation peut être dégagée mathématiquement par l'expansion de la dérivée totale $\omega = dp/dt$ en terme des dérivées partielles dans le système avec z comme coordonnée verticale soit:

$$(2.19) \quad \omega = \frac{dp}{dt} = \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_z + \vec{\nabla}_h \cdot \vec{\nabla}_h p + w \frac{\partial p}{\partial z}$$

À l'aide de l'équation hydrostatique pour $\partial p / \partial z$ (l'équation (2.1)) on peut réécrire comme ceci:

$$(2.20) \quad \omega = \frac{dp}{dt} = \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_z + \vec{\nabla}_h \bullet \vec{\nabla}_z p - \rho g w$$

Dimensions
caractéristiques

10^{-2}	10^{-2}	10^{-1}
-----------	-----------	-----------

(Pa s⁻¹)

où les dimensions pour l'atmosphère libre ont été calculées à partir des valeurs caractéristiques du tableau 1.3. Donc, avec une erreur de 10%, on peut calculer dans l'atmosphère libre ω et w en connaissant la masse volumique de l'air, soit:

$$(2.21) \quad \omega \approx -\rho g w$$

Puisque dans la première moitié de l'atmosphère libre, ρ est de l'ordre de 1 kg m⁻³ et g est approximativement 10 m s⁻², on peut dire que lorsque w a une valeur 1 cm s⁻¹ (10⁻² m s⁻¹), ω vaut approximativement 1 microbar s⁻¹ (10⁻¹ Pa s⁻¹). Donc ω et w sont presque équivalents. C'est parce que ω représente le taux de la variation de la pression atmosphérique des particules d'air que ω s'avère plus utile aux calculs thermodynamiques ultérieurs.

Tendance de pression au sol

Exactement au sol où ni le mouvement horizontal ni le mouvement vertical n'existe, l'équation (2.19) pour ω devient:

$$(2.22) \quad \omega_s = \frac{\partial p_s}{\partial t}$$

Si on intègre l'équation de continuité (l'équation (2.18)) du sol jusqu'au sommet de l'atmosphère où $\omega = 0$ et $p = 0$, comme suit:

$$-\omega_s = \int_{\omega_s}^0 d\omega = - \int_{p_s}^0 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_p + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_p dp$$

(2.23)

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} \equiv \omega_s = - \int_0^{p_s} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_p + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_p \right] dp$$

Dimensions
caractéristiques 10^{-2} $\underbrace{(10^{-5} \quad 10^{-5}) \quad 10^5}_{10^0}$
(Pa s⁻¹)

on trouve que la tendance de pression au sol égale la somme totale de la divergence horizontale (isobarique) du vent dans la colonne d'air au-dessus. Selon les dimensions caractéristiques, la somme totale de la divergence dans une colonne devrait être 10⁻⁰ Pa s⁻¹ tandis que les observations du $\partial p_s / \partial t$ montrent 10⁻² Pa s⁻¹. Ce résultat est dû au fait que la divergence horizontale est de l'ordre de 10⁻⁶ (voir l'éq. (2.18) parce que les 2 composantes sont presque égales mais de signe contraire) et que la divergence change de signe dans l'atmosphère **au moins une fois** sur le plan vertical et que la divergence dans la(les) couche(s) divergente(s) s'annule presque avec la convergence dans la(les) couche(s) convergente(s). Ce résultat est étonnant et sera expliqué dans le chapitre où est traité la divergence et le mouvement vertical dans l'atmosphère libre.

2.4 Mouvement vertical I

Si on se sert d'un instrument pour mesurer le mouvement vertical à un endroit donné, on trouve que ce paramètre est de l'ordre de 1 cm s⁻¹ et qu'il fluctue très rapidement. Ce mouvement vertical est dû à la turbulence de la micro-échelle. Lorsqu'on cherche à trouver ce mouvement vertical à l'échelle synoptique, il faut lisser les mesures, une procédure qui, à cause des erreurs, cacherait le paramètre cherché. Jusqu'à maintenant on a pas trouvé une façon de mesurer le mouvement vertical à l'échelle synoptique et on est obligé de trouver des méthodes de calculs sans avoir un standard pour vérification.

Méthode cinématique

Malheureusement, comme on l'a appris dans le chapitre 1, l'équation verticale du mouvement ne peut pas être utilisée pour ce calcul ni pour comprendre les causes de ce mouvement. On est donc obligé de trouver une autre technique de calcul. L'équation de continuité en coordonnées isobarique (l'équation (2.18)) semble être parfaite pour ces fins; il ne faut qu'intégrer l'équation (2.18) d'une pression où ω est connu jusqu'à la pression désirée. Étant donné que ω est connu au sol ($\omega_s = \partial p_s / \partial t$) ou au sommet de l'atmosphère ($\omega = 0$), on intègre à partir d'un de ces niveaux, c.-à-d.

$$(2.24) \quad \omega_p = \omega_s + \underbrace{\int_{p^*}^{p_s} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_p + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_p \right] dp}$$

Dimensions

caractéristiques 10^{-1} 10^{-2} 10^{-1}
(Pa s⁻¹)

Parce que $\omega_s = \partial p_s / \partial t$ est de l'ordre de 10^{-2} Pa s⁻¹ et ω est typiquement 10^{-1} Pa s⁻¹, on néglige normalement ω_s .

Pour calculer ω à partir de l'équation (2.24) il faut mesurer seulement la divergence horizontale sur les surface isobares. Étant donné que les observations du vent horizontal sont disponibles (avec une erreur relative de 10%) à partir du réseau des radiosondes, la tâche de calculer la divergence de ce vent devrait être facile. On verra....

D'abord considérons la couche atmosphérique entre le sol et 10 m, le premier niveau auquel le vent est mesuré. Au sol le vent est nul. À 10 m, le vent atteint une grandeur de l'ordre de 10 m s^{-1} . Si les surfaces isobares sont penchées et qu'elles coupent la surface de la terre (voir la figure 2.3a), il doit y avoir une divergence horizontale parce que le vent diminue de 10 m s^{-1} entre le lieu où la surface isobare est à 10 m et l'endroit où la surface coupe la terre.

Supposons que le vent à 10 m souffle de la haute vers la basse pression comme décrit dans la figure 2.3a avec sa vitesse caractéristique de 10 m s^{-1} , que les surfaces isobares sont penchées à leur valeur caractéristique de 10 m par 100 km (10^{-4}), et que la terre n'est pas penchée. Étant donné que le vent diminue sur la surface isobare p entre B et A, il existe une convergence dans cette couche (caractéristique pour l'échelle synoptique) de l'ordre de :

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{10 \text{ m s}^{-1}}{10^5 \text{ m}} \approx 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

Mettons une divergence de cette ordre dans l'équation (2.24) et intégrons entre le sol et 10 m, une épaisseur en pression de 10^2 Pa (1 mb), la contribution de ce terme

$$(2.25) \quad \omega = \omega_s + \underbrace{\int_{p_{10m}}^{p_s} \vec{\nabla}_p \cdot \vec{\nabla}_h dp}_{\text{Dimensions}}$$

Dimensions

caractéristiques $10^{-1} \quad 10^{-2} \quad 10^{-2}$

(Pa s^{-1})

est seulement 10^{-2} , un ordre de grandeur inférieur à la grandeur caractéristique de ω à l'échelle synoptique. Dans l'équation (2.20), cette contribution est équivalente au terme $\vec{\nabla}_h \cdot \vec{\nabla}_h p$.

Dans le cas où la surface de la terre est penchée, la divergence sur les surfaces isobares pourrait devenir importantes. Supposons que les surfaces isobares sont horizontales mais la surface de la terre est penchée 10 m par 10^4 m (10 km) comme décrit dans la figure 2.3b. Dans ce cas, le vent diminue 10 m s^{-1} par 10^4 m qui provoque une divergence de l'ordre de:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{10 \text{ m s}^{-1}}{10^4 \text{ m}} \approx 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

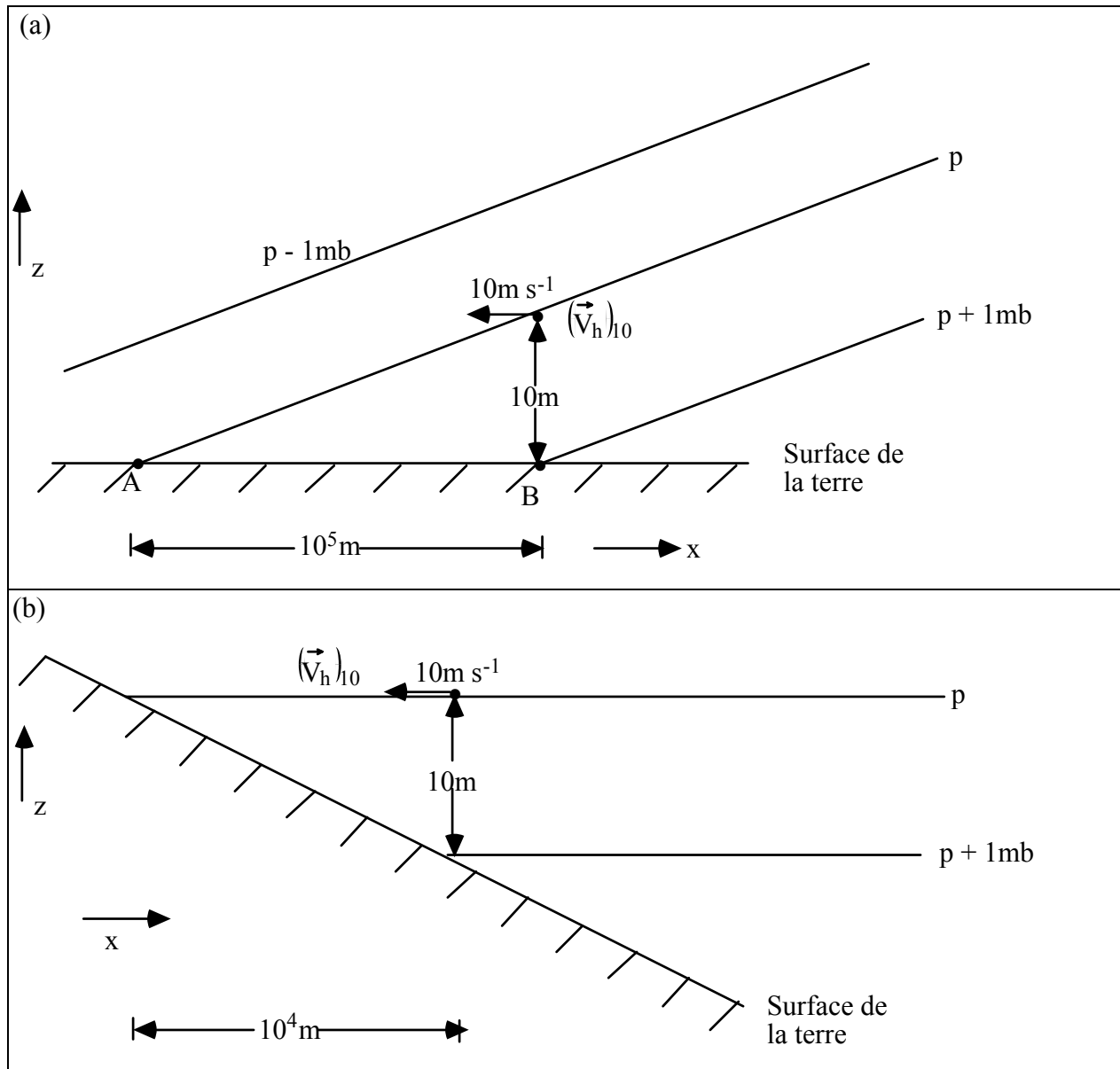


FIGURE 2.3: Divergence horizontale dans les premiers mb.

Mettons cette grandeur dans l'équation (2.24) et intégrons sur 10^2 Pa (10 m). Cela donne

$$\omega = \omega_s + \int_{p_{10m}}^{p_s} \underbrace{\vec{\nabla}_p \cdot \vec{\nabla}_h}_{10^{-3}} \underbrace{dp}_{10^2}$$

Dimensions

caractéristiques 10^{-1} 10^{-2} 10^{-1}

(Pa s⁻¹)

une contribution non négligeable au mouvement vertical. Cette contribution due aux variations de la hauteur du sol, dite "orographique", peut être calculée en utilisant l'équation (2.20) qui donne un w orographique en supposant que le vent suit la surface de la terre

$$(2.26) \quad w = \vec{V}_h \cdot \vec{\nabla} h$$

où $\vec{V}_h$ est le vent à 10 m et h est l'altitude de la surface de la Terre. Donc, le terme orographique est:

$$(2.27) \quad \omega_0 = -\rho g \vec{V}_h \bullet \vec{\nabla} h$$

Dans ce cas le champ de h doit être lissé pour l'échelle synoptique pour s'assurer que le vent suive la pente et ne contourne pas l'obstacle.

L'équation (2.24), en utilisant ω_0 comme condition de frontière inférieure, devient:

$$(2.28) \quad \omega = \omega_0 + \int_p^{p_0} \vec{\nabla}_p \cdot \vec{V}_h \, dp$$

Avec les observations aérologiques (qui prennent des données dans les couches supérieures) du vent en fonction de la hauteur, on peut aussi calculer, en principe, la divergence isobarique en fonction de la pression et l'introduire dans l'équation (2.28).

Cette méthode fonctionne bien dans la première couche d'une épaisseur de l'ordre de 500m (ou 50 mb); appelé la couche limite planétaire. Dans cette couche, la divergence est typiquement de l'ordre de 10^{-5} s^{-1} .

$$\vec{\nabla}_p \bullet \vec{\nabla}_h = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_p + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_p \approx \frac{U}{L} \approx 10^{-5}$$

Dimensions	10^{-5}	couche	10^{-5}	10^{-5}
caractéristiques		limite		
(s^{-1})	10^{-6}	atmos.		
		libre		

Cependant, lorsqu'on calcule la divergence plus haut dans l'atmosphère libre, on trouve qu'elle est typiquement $10^{-6} s^{-1}$. Cette diminution de sa grandeur est due au fait que les deux dérivées horizontales $(\partial u / \partial x)_p$ et $(\partial v / \partial y)_p$ sont à peu près de la même grandeur mais de signe contraire (la raison pour ce quasi-équilibre est discutée dans le chapitre suivant). Donc la divergence est due aux petites différences entre ces deux termes. En considérant que l'erreur de mesure du vent horizontal à l'échelle synoptique est de l'ordre de 10% de sa valeur, la divergence dans l'atmosphère libre est généralement cachée dans les erreurs.

Seulement dans les cas de forte divergence, son calcul peut être fait à partir des observations du vent dans l'atmosphère libre. Pour se servir de cette méthode on devra trouver une autre méthode (voir chapitre 4) pour déterminer cette divergence au-dessus de la couche limite. Cependant, jusqu'au sommet de la couche limite on peut utiliser l'équation (2.28).

$$(2.29) \quad \omega_{CL} = \omega_o + \int_{p_{CL}}^{p_o} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_p + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_p dp$$

où u et v viennent du champ du vent observé, lequel est pré-traité pour éliminer autant que possible les effets des systèmes sous-synoptiques. Cependant, étant donné que cette méthode se sert uniquement des observations, elle ne dégage pas les causes de la divergence qui produit le mouvement vertical.

Méthode thermodynamique

Dans les équations de base, il existe une autre équation dans laquelle on trouve ω dans un terme de premier ordre : l'équation d'énergie qui provient de la première loi de thermodynamique (équation (1.20)). Selon cette loi de la thermodynamique, un changement de température d'une particule d'air ou un échange diabatique est relié à un changement de pression pour cette particule (et donc du mouvement vertical dans le système dont l'axe vertical est constitué par la pression).

$$(1.20) \quad dq = c_p dT - \alpha dp$$

En utilisant la définition du taux adiabatique sec dans un système de coordonnées de pression

$$(2.30) \quad \Gamma_d \equiv \frac{\alpha}{c_p} = \left(\frac{dT}{dp} \right)_{\text{adiabatique}}$$

on peut récrire l'équation (1.20) comme suit:

$$(2.31) \quad \omega = \frac{dp}{dt} = \frac{1}{\Gamma_d} \left(\frac{dT}{dt} \right) - \frac{1}{\Gamma_d c_p} \left(\frac{dq}{dt} \right)$$

Il s'agit ensuite de calculer les échanges diabatiques et le taux de changement de la température des particules d'air en calculant les composantes de la dérivée totale de la température:

$$(2.32) \quad \frac{dT}{dt} = \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_p + \vec{V}_h \cdot \vec{\nabla}_p T + \omega \frac{\partial T}{\partial p}$$

En combinant les deux équations (les équations (2.31) et (2.32)) et isolant ω , on trouve que:

$$(2.33) \quad \omega = \frac{\left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_p + \vec{V}_h \cdot \vec{\nabla}_p T - \frac{1}{c_p} \left(\frac{dq}{dt} \right)}{S}$$

Le dénominateur qui représente la différence entre le taux adiabatique sec et la variation verticale réelle de température est appelé pour certaines raisons, la stabilité statique S.

$$(2.34) \quad S \equiv \frac{\alpha}{c_p} - \frac{\partial T}{\partial p} = \Gamma_d - \frac{\partial T}{\partial p}$$

$$(2.35) \quad \omega = \frac{\left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_p + \vec{V}_h \cdot \vec{\nabla}_p T - \frac{1}{c_p} \left(\frac{\partial q}{\partial t} \right)}{S}$$

Cette méthode de calcul du mouvement vertical (méthode thermodynamique) révèle trois sortes de problèmes:

1. Les sondages de la température ne sont généralement disponibles qu'à chaque 12 heures, de sorte qu'on calcule $(\partial T / \partial t)_p$ sur une période de 12 heures.
2. Lorsque la stabilité statique S est petite, c'est-à-dire que la variation verticale de la température égale presque le taux adiabatique sec (ce qui arrive assez souvent), les erreurs du numérateur sont amplifiées, et lorsque $S = 0$ la méthode ne fonctionne pas.
3. Lorsque les phénomènes non-adiabatiques $(\partial q / \partial t)$ sont importants c.-à-d. du même ordre de grandeur que les autres, il est difficile de les estimer.