

Notes de cours de Physique de l'atmosphère  
rédigées par Enrico Torlaschi

**THERMODYNAMIQUE**  
**DE**  
**L'ATMOSPHERE**

**AUTOMNE\_2007v2010**



## TABLE DES MATIÈRES

<b>1 DIAGRAMMES AÉROLOGIQUES.....</b>	<b>1</b>
1.1 <i>Téphigramme</i> .....	1
1.1.1 Orientation des lignes fondamentales .....	2
1.2 <i>L'émagramme et le diagramme de Stüve</i> .....	4
1.3 <i>Le diagramme de Herlofson (Skew T – log p)</i> .....	6
1.4 <i>Transformation des aires</i> .....	11
<b>2 PROCESSUS THERMODYNAMIQUE DANS L'ATMOSPÈRE.....</b>	<b>12</b>
2.1 <i>Refroidissement isobare</i> .....	12
2.1.1 Points de rosée et de frimas .....	12
2.1.2 Condensation par refroidissement isobare .....	13
2.1.3 Propriétés de l'enthalpie .....	14
2.1.4 Masse d'eau condensée - Visibilité .....	16
2.2 <i>Température équivalente et du thermomètre mouillé</i> .....	19
2.2.1 $r$ vs. $T_w$ .....	23
2.3 <i>Expansion adiabatique dans l'atmosphère</i> .....	24
2.3.1 Saturation par soulèvement adiabatique .....	25
2.3.2 Processus adiabatique réversible avec saturation .....	27
2.3.3 Processus pseudoadiabatique .....	28
2.3.4. Température pseudoadiabatique équivalente et du thermomètre mouillée .....	29
2.4 <i>Processus de mélange des masses d'air</i> .....	31
2.4.1 Mélange isenthalpique sans condensation de deux masses d'air .....	31
2.4.2 Mélange isenthalpique avec condensation de deux masses d'air .....	35
2.4.3 Mélange adiabatique (mélange vertical) .....	37
<b>3 STABILITÉ VERTICALE .....</b>	<b>40</b>
3.1 <i>Équation hydrostatique</i> .....	40
3.1.1 Équation hypsométrique .....	41
3.2 <i>Gradient thermique</i> .....	41
3.2.1 Taux de refroidissement adiabatique pour l'air sec : $\Gamma_d$ .....	41
3.2.2 Taux de refroidissement adiabatique pour l'air humide : $\Gamma_h$ .....	42
3.2.3 Taux de refroidissement adiabatique pour l'air saturé : $\Gamma_s$ .....	42
3.3 <i>Stabilité statique - Méthode de la parcelle d'air</i> .....	43
3.3.1 Critère de stabilité statique .....	45
3.3.2 Instabilité latente .....	46
3.3.2.1 Travail par unité de masse de la force de poussée .....	48
3.4 <i>Niveau de condensation par convection (NCC)</i> .....	50
3.4.1 Effets radiatifs .....	50
3.4.2 Détermination du NCC .....	51
3.5 <i>Instabilité convective</i> .....	52
3.5.1 Représentation dans un téphigramme .....	54
3.5.1.1 Air sec .....	54
3.5.1.2 Air qui devient saturé .....	54
<b>4. TAUX DE PRÉCIPITATION MAXIMUM .....</b>	<b>56</b>
<b>5. EFFETS RADIATIFS SUR LES NUAGES.....</b>	<b>58</b>
5.1 <i>Brouillard</i> .....	58
5.2 <i>Nuages</i> .....	58
<b>6. MODIFICATION À LA THÉORIE ÉLÉMENTAIRE DE LA PARCELLE D'AIR .....</b>	<b>60</b>
6.1 <i>Effet de la subsidence de l'environnement sur la stabilité</i> .....	60
6.2 <i>Entraînement</i> .....	65
6.3 <i>Effet de l'eau condensée sur la stabilité d'une parcelle d'air</i> .....	68



# 1 DIAGRAMMES AÉROLOGIQUES

Il est fort utile de représenter l'état de l'air ou les processus thermodynamiques subis par l'air au moyen de diagrammes thermodynamiques pour traduire le résultat d'observations aussi bien que pour décrire divers phénomènes atmosphériques. Les paramètres aisément mesurables sont la **température** et la **pression** de l'air. D'autre part les transformations thermodynamiques subies par l'air sont le plus souvent assimilables à des transformations **isobares** (mouvements horizontaux) ou à des transformations **adiabatiques** (mouvements verticaux). Il est donc indiqué d'avoir recours à des diagrammes où l'un des axes porte la valeur de la température et l'autre, une fonction de la pression ou de l'entropie.

## 1.1 Téphigramme

Le téphigramme est un diagramme aérologique dont les coordonnées sont  $T$  sur l'abscisse et  $\ln\theta$  sur l'ordonnée. Il a été conçu par Sir William Napier Shaw en 1915. Puisque,

$$s = c_{pd} \ln\theta + cte$$

le téphigramme peut alors être considéré comme un diagramme aérologique dans les coordonnées  $s$  vs  $T$ .

De la définition de température potentielle,  
 $\theta = T(p/p_0)^{-\chi}$ , on a que

$$(\ln\theta) = \ln T - \chi \ln p + cte$$

Les isobares sont des courbes logarithmiques dans un téphigramme. On présente à la figure 1.1 les isobares tracées sur un diagramme  $\ln\theta$  vs  $T$ . La partie encadrée représente la surface couverte par un téphigramme.

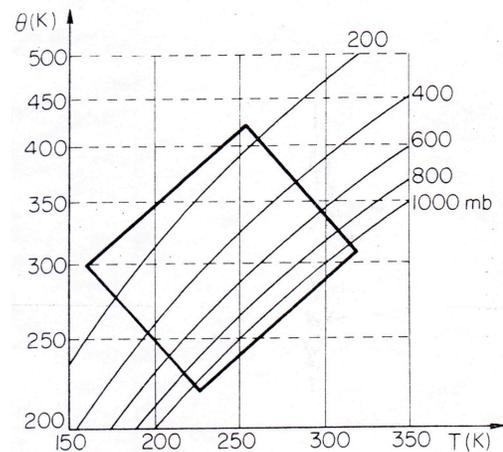


Fig 1.1

Un aspect intéressant que l'on retrouve dans le téphigramme est l'équivalence énergie - surface. Puisque,  $\delta q = T ds$ , sur un cycle réversible on obtient que

$$q = \oint T ds = c_p \oint T d \ln \theta = c_p \sum \text{téphi}$$

lorsque  $\sum \text{téphi}$  représente la surface du téphigramme déterminée par le cycle considéré (positif dans sens contraire des aiguilles d'une montre).

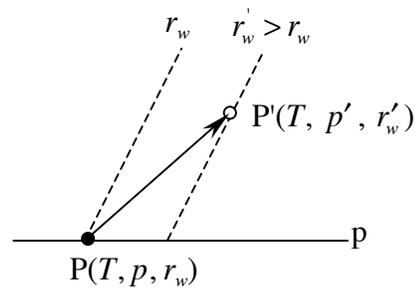
### 1.1.1 Orientation des lignes fondamentales

i) Lignes d'équisaturation

$$r_w(T, p) = 0.622 \frac{e_w(T)}{p - e_w(T)}$$

Si on solutionne  $r_w(T, p) = r_0 = cte$ , on obtient l'ensemble d'états  $\{(T, p)\}$  pour lesquels une masse d'air humide dont le rapport de mélange égale  $r_0$  se trouve à la valeur d'équilibre.

Si  $T = cte$  et  $p \downarrow$ ,  $r_w \uparrow$ .



ii) Pseudoadiabatique

Considérons maintenant un soulèvement adiabatique d'une masse d'air saturé ( $r = r_w$ ). Puisque la pression et la température diminuent, la vapeur d'eau en surplus se condense afin de garder l'air à saturation. Durant ce processus, il y a dégagement de chaleur latente qui est absorbée par l'air. Pour cela, la masse d'air en soulèvement adiabatique avec condensation se refroidit moins que dans le cas d'un soulèvement adiabatique humide.

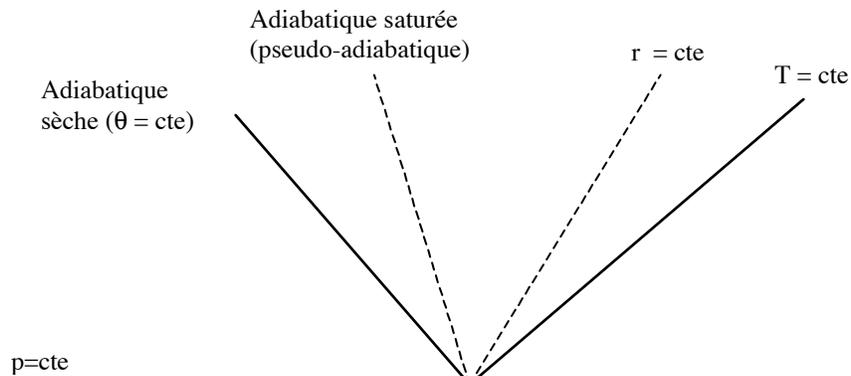
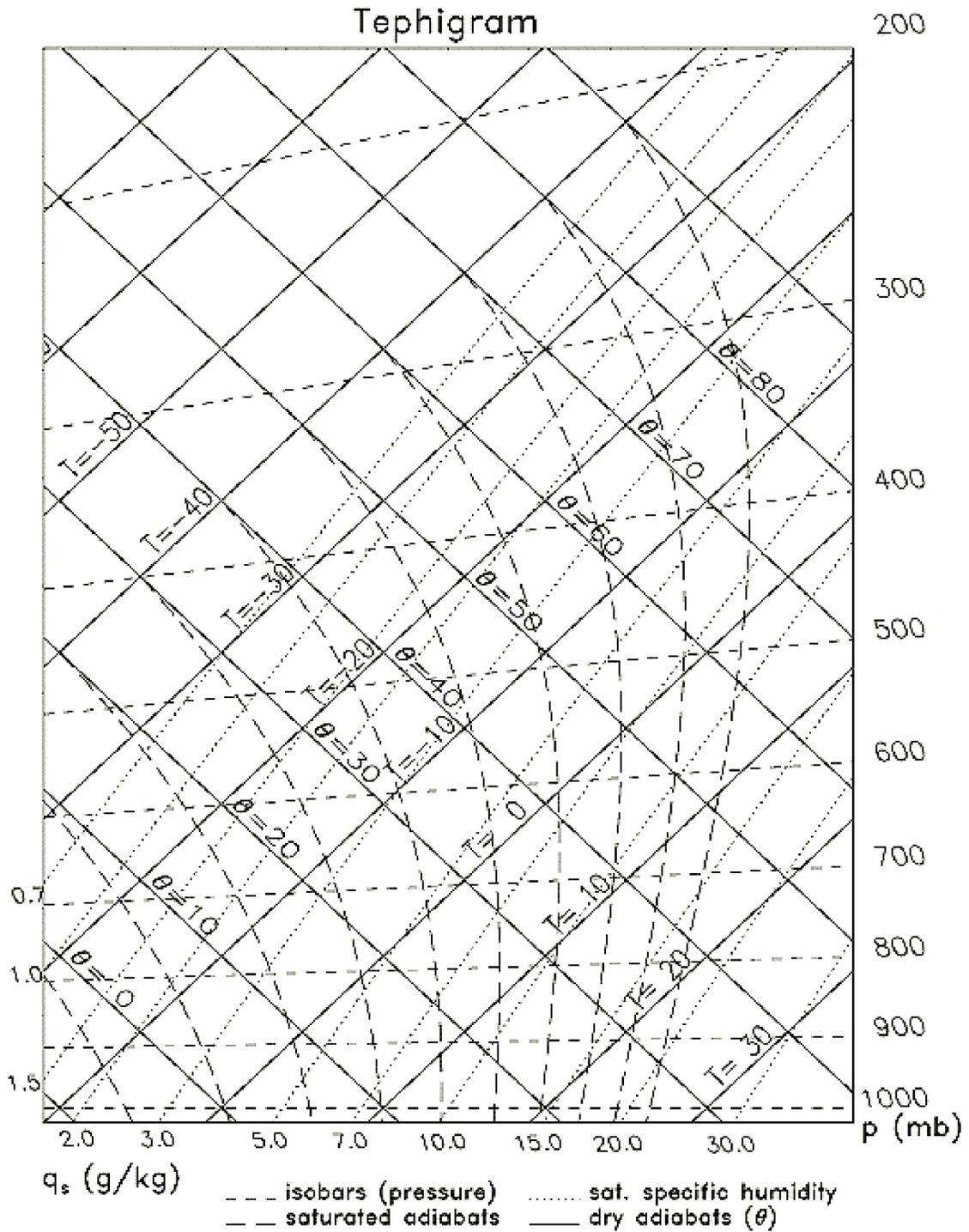


Fig. 1.2

Si l'expansion se poursuit l'effet de la condensation produit un air saturé par rapport à l'eau avec des valeurs de  $r_w$  de plus en plus petites. Il est à souligner que lors d'un processus pseudoadiabatique on considère que l'eau condensée quitte instantanément le système.



### 1.2 L'émagramme et le diagramme de Stüve

L'émagramme et le diagramme de Stüve sont deux autres diagrammes aérologiques employés dont les coordonnées sont respectivement  $-\ln p$  vs  $T$  et  $-p^{\chi_d}$  vs  $T$ . Dans les deux cas, les isobares et les isothermes sont des lignes droites et les adiabatiques sont représentées respectivement par:

$$(-\ln p) = -\frac{1}{\chi_d} \ln T + \frac{1}{\chi_d} \ln \theta + cte \quad (\text{Émagramme})$$

et

$$p^{\chi_d} = (1000mb)^{\chi_d} \frac{T}{\theta} \quad (\text{Diagramme de Stüve})$$

L'émagramme a été inventé en 1884 par H. Hertz. On présente à la fig. 1.3 ses lignes fondamentales. Le diagramme de Stüve est montré à la figure 1.4. La région encadrée représente la surface couverte par le diagramme de Stüve.

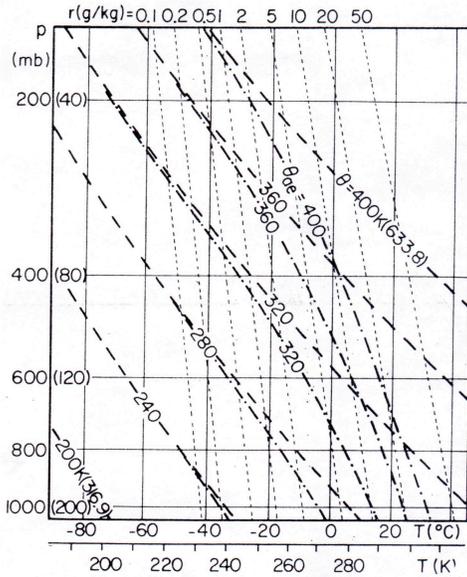


Fig. 1.3

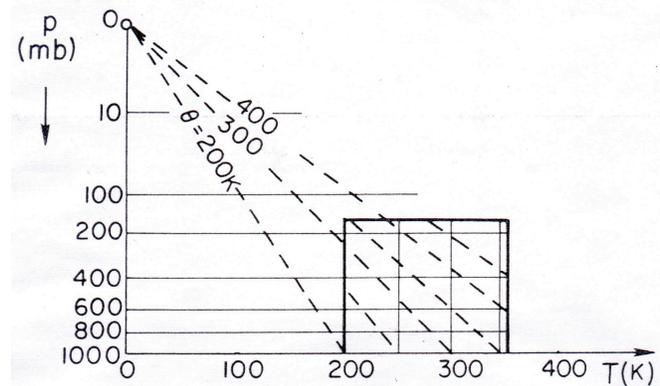
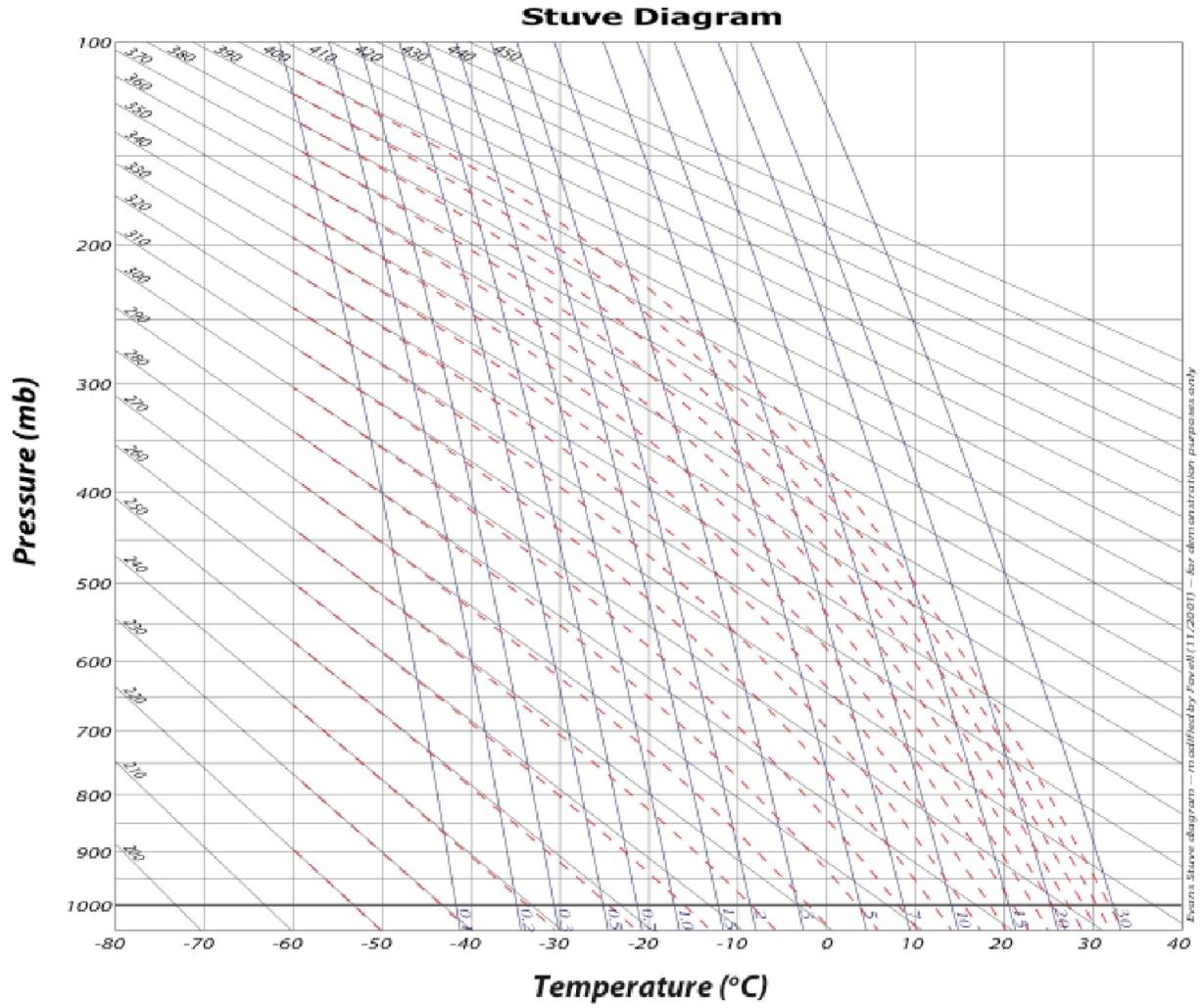
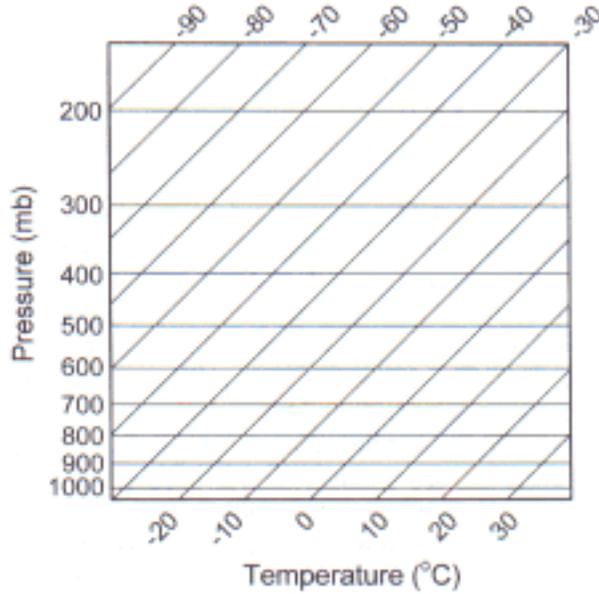


Fig. 1.4

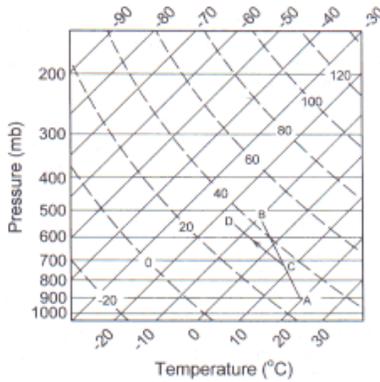


### 1.3 Le diagramme de Herlofson (Skew T – log p)

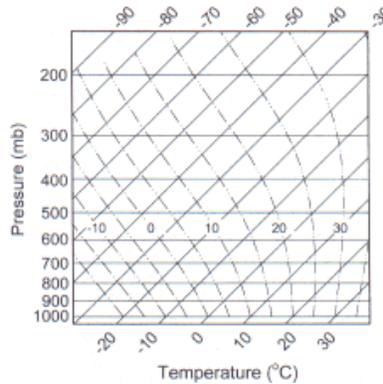
Pour faciliter l'analyse de la stabilité il est préférable de maximiser l'angle qui sépare les adiabatiques des isothermes. En 1947 N. Herlofson proposa une modification pour l'émagramme qui le rendit semblable au téphigramme en faisant subir aux isothermes de l'émagramme une rotation de 45 ° par rapport aux isobares :



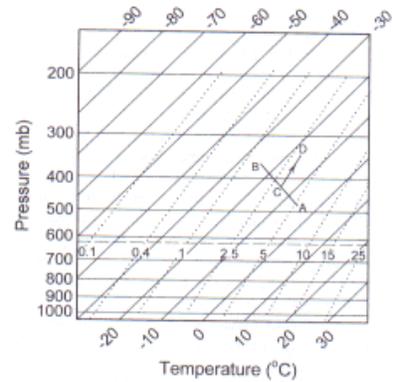
Adiabatiques sèches



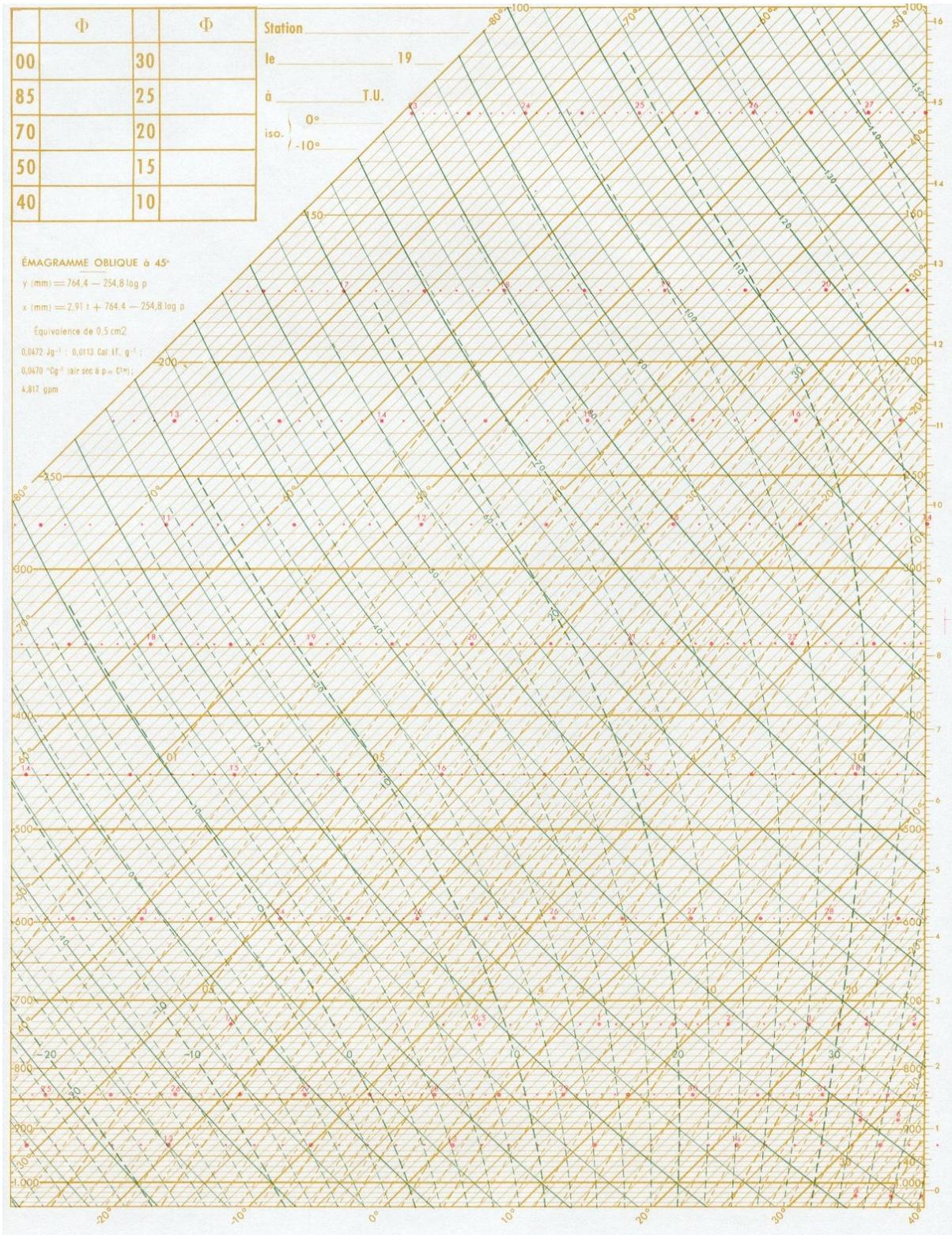
Adiabatiques avec saturation



Iso -r<sub>w</sub>



Voici le diagramme Skew T – log p au complet :



On peut accéder à une version informatisée de ce diagramme sur le serveur **newton.sca.uqam.ca**. Pour cela, après avoir accédé à votre compte, il est préférable de créer le répertoire **sondage** que l'on dédiera de façon exclusive à l'usage du programme **nsharp** qui trace les données en coordonnée skew T – log p.

Voici un exemple pour l'exploitation de **nsharp** :

- 1) Créer le fichier texte à l'aide d'un éditeur qui contient les données d'un sondage qu'ici on nomme **snd.txt** :

```
SNPARM = PRES;TMPC;RELH;HGHT;DRCT;SPED
STID=Iribarne TIME=000902/0000 STNM=900000
SLAT = 45.0 SLON = -75 SELV = 0
PRES  TMPC  RELH  HGHT  DRCT  SPED
920   24    68    -9999 -9999 -9999
900   22.5  70    -9999 -9999 -9999
850   20    83    -9999 -9999 -9999
800   15.8  83    -9999 -9999 -9999
765   13.0  92    -9999 -9999 -9999
735   12.8  55    -9999 -9999 -9999
700   10.0  54    -9999 -9999 -9999
645   5.8   55    -9999 -9999 -9999
600   3.0   32    -9999 -9999 -9999
568   -1.2  42    -9999 -9999 -9999
545   -2.0  49    -9999 -9999 -9999
500   -8.0  77    -9999 -9999 -9999
400   -19.5 71    -9999 -9999 -9999
300   -33.0 -9999 -9999 -9999 -9999
250   -41.5 -9999 -9999 -9999 -9999
200   -54.0 -9999 -9999 -9999 -9999
150   -65.5 -9999 -9999 -9999 -9999
```

(voir [www.atmos.albany.edu/GEMHELP5.2/SNEDIT.html](http://www.atmos.albany.edu/GEMHELP5.2/SNEDIT.html) pour les règles de syntaxe à respecter)

- 2) Exécuter le programme **sndedit** pour générer le fichier **snd.gem** en format de lecture pour **nsharp** :

```
[/newton/enrico/sondage] (enrico): sndedit
SNEFIL  Sounding edit file      sndnew.txt
SNFILE  Sounding data file      sndnew.gem
TIMSTN  Times/additional stations 10/10
Parameters requested: SNEFIL,SNFILE,TIMSTN.
```

```
GEMPAK-SNEDIT>SNEFILb=bsnd.txt (la lettre b indique un espace)
GEMPAK-SNEDIT>SNFILEb=bsnd.gem
GEMPAK-SNEDIT>run
```

SNEDIT PARAMETERS:

Output sounding file: snd.gem  
This is an existing file.

The following parameters are in the file:  
PRES TMPC RELH HGHT DRCT SPED

Enter <cr> to accept parameters or type EXIT:  
[SNEDIT 1] Data for IRIBARNE at 000902/0000 has been added to the  
file.

Parameters requested: SNEFIL,SNFILE,TIMSTN.

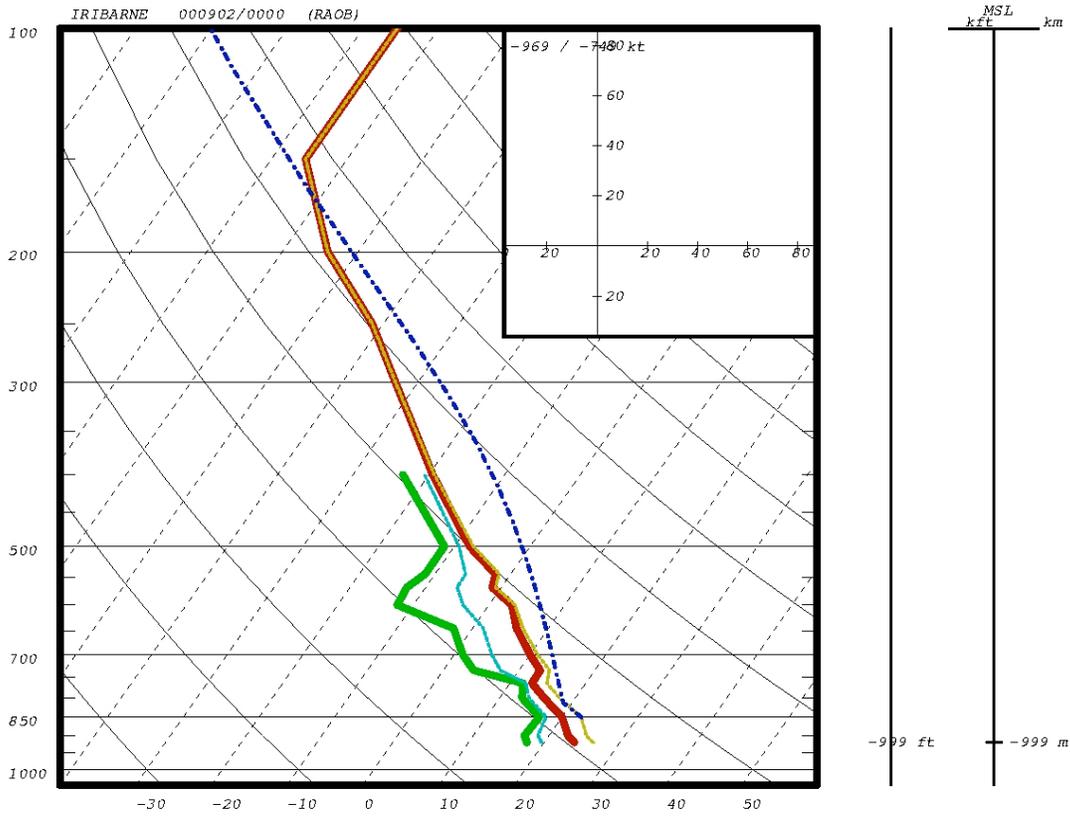
```
GEMPAK-SNEDIT>exit
```

```
[/newton/enrico/sondage] (enrico):
```

### 3) Exécuter **nsharp**

```
[/newton/enrico/sondage] (enrico): nsharp
```

- i) Sélectionner **Observed Sounding** du menu **Load**
- ii) Sélectionner **BROWSE** du menu **File**
- iii) Sélectionner le fichier **snd.gem** et cliquer **OK**
- iv) Sur la liste **Sounding times** sélectionner **000902/0000**
- v) Sélectionner le **cercle rouge** qui apparaît près de Montréal... et les jeux sont faits!



THERMODYNAMIC PARAMETERS

850 mb PARCEL			
LPL:	850mb	20C / 17C	68F / 63F
CAPE:	0 J/kg	LI:	-7 C @ 500mb
BFZL:	0 J/kg	LImIn:	M
CINH:	0 J/kg	CAP:	0 C @ 800mb
LEVEL	PRES	HGT (AGL)	TEMP
LCL	813mb	M	
LFC	803mb	M	16 C
EL	M	M	M
MPL	M	M	
Precip Water:	1.42 in	Mean RH:	61 %
Mean Q:	13.8 g/kg	Mean LRH:	78 %
Top of Moist Layer:	850 mb / M		
700-500mb Lapse Rate:	18 C / M		
850-500mb Lapse Rate:	30 C / M		
Total Totals:	53	K-Index:	36
SWEAT Index:	M	Max Temp:	85 F
ThetaE Diff:	24 C	*Conv Temp:	75 F
FRZ Level:	M	WBZ Level:	M

KINEMATIC PARAMETERS

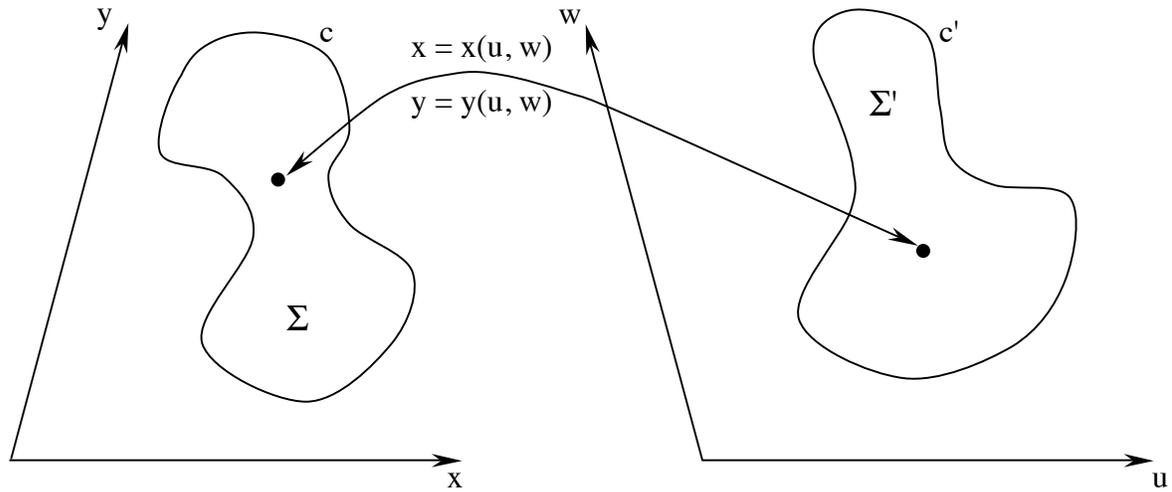
Sfc - 6 km Mean Wind:	M / M
LFC - EL Mean Wind:	M / M
850 - 300 Mean Wind:	M / M
Sfc - 2km Shear:	M
Sfc - 6km Shear:	M
*BRN Shear:	M

STORM STRUCTURE PARAMETERS

Sfc - 3km SREH:	M		
Effective SREH:	M		
0-2 km SRW:	M	EHI:	M
4-6 km SRW:	M	BRN:	M
6-10 km SRW:	M		

Output produced by Unidata postscript driver:  
NSHARP (SkewT-Hodograph Analysis and Research Program)

1.4 Transformation des aires



$$d\vec{\Sigma} = d\vec{x} \times d\vec{y}$$

$$d\vec{\Sigma}' = d\vec{u} \times d\vec{w}$$

$$\left. \begin{aligned} d\vec{x} &= \frac{\partial x}{\partial u} d\vec{u} + \frac{\partial x}{\partial w} d\vec{w} \\ d\vec{y} &= \frac{\partial y}{\partial u} d\vec{u} + \frac{\partial y}{\partial w} d\vec{w} \end{aligned} \right\} d\vec{\Sigma} = \left( \frac{\partial x}{\partial u} \frac{\partial y}{\partial w} - \frac{\partial x}{\partial w} \frac{\partial y}{\partial u} \right) (d\vec{u} \times d\vec{w})$$

$$\Rightarrow d\vec{\Sigma} = J d\vec{\Sigma}'$$

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial w} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial w} \end{vmatrix} \quad : \text{ Jacobien}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{\Sigma} = J \vec{\Sigma}'} \quad \text{si } J \text{ est une constante}$$

L'aire du cycle est préservée si :  $J = 1$

L'aire du cycle est proportionnelle si :  $J = cte$

$$\Rightarrow \boxed{\text{Si } J = cte \\ \Sigma \sim \text{Energie} \Rightarrow \Sigma' \sim \text{Energie}}$$

On peut montrer que :  $\boxed{\vec{\Sigma}_{t\phi} \sim \vec{\Sigma}_{éma}}$

## 2 PROCESSUS THERMODYNAMIQUE DANS L'ATMOSPHERE

### 2.1 Refroidissement isobare

Dans tous les systèmes fermés composés d'air humide sous-saturé, l'humidité spécifique et le rapport de mélange restent constants. Ceci n'est pas le cas pour la pression partielle de vapeur ou pour l'humidité relative.

La pression partielle de vapeur ne dépend pas de la température, mais elle est proportionnelle à la pression totale:

$$e = \frac{r}{\epsilon + r} p$$

L'humidité relative varie rapidement avec la température à cause de la variation de  $e_w$  et elle est proportionnelle à la pression par  $e$ :

$$U = \frac{e}{e_w(T)}$$

#### 2.1.1 Points de rosée et de frimas

Considérons une masse d'air humide sous-saturée refroidie de façon isobare.

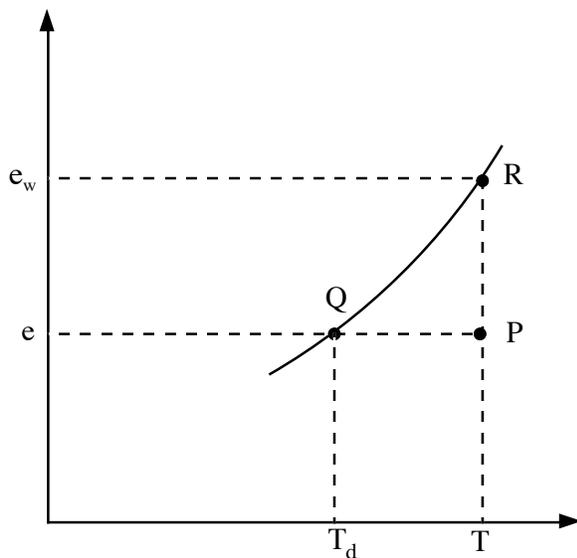


Fig. 2.1

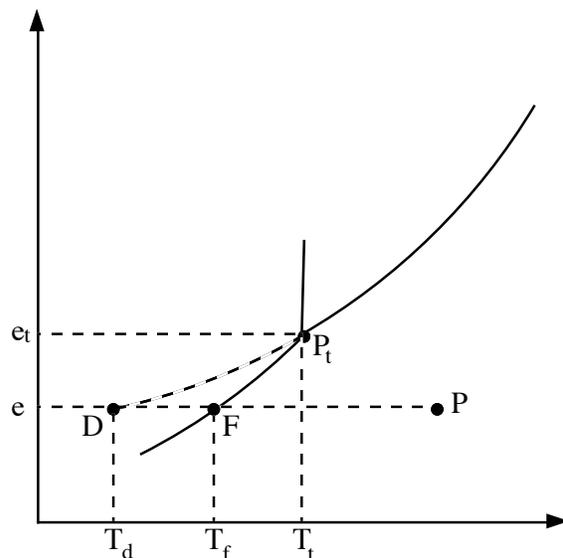


Fig. 2.2

Or,  $q$ ,  $r$  et  $e$  restent constants, mais  $U$  augmente car  $e_w$  diminue. Si le refroidissement continue,  $e_w \rightarrow e$  et  $U \rightarrow 1$ . La température à laquelle on a saturation par rapport à l'eau s'appelle point de rosée,  $T_d$ , ou point de frimas,  $T_f$ , si la saturation est atteinte par rapport à la glace ( $T < 0^\circ\text{C}$ ).

Pour trouver le point de rosée sur un diagramme, il s'agit de suivre l'isobare du point image P qui représente l'état de la masse d'air jusqu'à l'intersection de l'isobare avec la courbe qui correspond au rapport de mélange de la masse d'air.

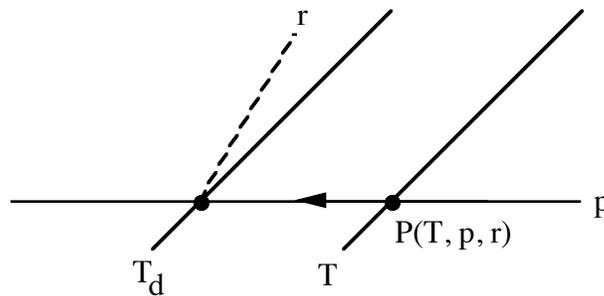


Fig. 2.3

### 2.1.2 Condensation par refroidissement isobare

Pendant la nuit, les pertes par rayonnement infrarouge à la surface peuvent être balancées par les flux d'énergie vers le bas dans l'air et les flux vers le haut dans le sol. Le flux d'énergie vers le bas comprend la chaleur latente associée à la condensation à la surface. Il devient visible par l'apparition de rosée si le taux de pénétration de l'eau dans le sol est insuffisant.

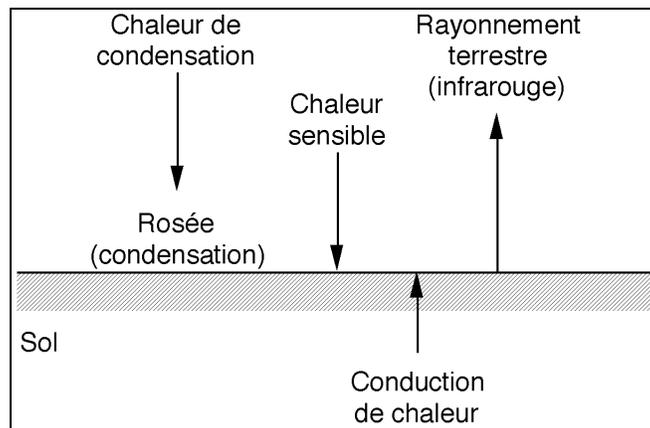


Fig. 2.4

La rosée ou le frimas se forment par condensation ou condensation solide de la vapeur d'eau sur des surfaces solides ou sur le sol qui pendant la nuit se refroidissent par radiation à des températures inférieures aux points de rosée ou de frimas de l'air.

Si une masse d'air se refroidit de façon isobare à une température inférieure à  $T_d$ , des gouttelettes microscopiques se condensent sur les noyaux de condensation contenus dans l'air : on appelle cela brouillard. Ceci peut arriver par refroidissement radiatif de l'air ou du sol (brouillard radiatif). La condensation peut aussi s'effectuer par mouvement horizontal d'une masse d'air sur des surfaces froides qui par conduction refroidissent l'air (brouillard d'advection). Dans ces deux cas, le refroidissement est pratiquement isobare puisque la pression à la surface varie relativement peu.

Une fois que la condensation est commencée, le refroidissement continue moins rapidement puisque la chaleur perdue est en partie compensée par la chaleur latente de condensation dégagée. Ceci établit une limite virtuelle de la température autour de  $T_d$  (très important pour la prévision de  $T_{\min}$ ).

### 2.1.3 Propriétés de l'enthalpie

Système : *air sec + eau condensée + vapeur d'eau*

L'eau condensée peut être sous la forme de gouttelettes d'eau liquide ou de cristaux de glace. Nous allons traiter du cas liquide explicitement. La généralisation pour le traitement du cas solide ou du cas où les deux formes condensées sont présentes est ensuite simple.

Soit  $m$  la masse totale du système décrit ci-dessus,  $m_d$  la masse de l'air sec,  $m_w$  la masse d'eau condensée et  $m_v$  la masse de vapeur d'eau, le système étant réputé à l'équilibre thermodynamique sous les conditions de température et de pression  $T, p$  (la vapeur est alors à sa tension de saturation  $e_w(T)$ ) :

$$m = m_d + m_w + m_v$$

Nous allons étudier les propriétés de ce système quand il change d'état thermodynamique sans subir de mélange mécanique avec son environnement. Alors  $m$  est conservée ainsi que la masse totale d'eau du système  $m_t = m_w + m_v$ .

On a :

$$\begin{aligned} mh &= m_d h_d + m_w h_w + m_v h_v (+m_v h_w - m_v h_w) \\ mh &= m_d h_d + m_l h_w + m_v (h_v - h_w) \end{aligned}$$

On peut montrer que:

$$h_v - h_w = \ell_v \left\{ \begin{array}{l} \delta q = dh - \alpha dp \\ p = cte \end{array} \right. \Rightarrow \delta q = dh$$

où  $\ell_v$  est le coefficient de chaleur latente de vaporisation. On obtient donc:

$$mh = m_d h_d + m_l h_w + m_v \ell_v$$

Pour un changement infinitésimal d'état thermodynamique sous les contraintes énoncées, i.e.,  $m = cte$  et  $m_l = cte$ , on obtient:

$$m dh = m_d dh_d + m_l dh_w + d(m_v \ell_v)$$

Or :

i)  $dh_d = c_{pd} dT$

ii) L'eau dans la phase liquide affiche des coefficients de chaleur spécifique à volume constant et à pression constante très comparables de telle sorte que l'on puisse dire:

$$c_{pw} \cong c_{vw} = c_w$$

$$dh_w \cong c_w dT$$

iii)  $d(m_v \ell_v) = m_v d\ell_v + \ell_v dm_v$

$$d\ell_v = dh_v - dh_w = (c_{pv} - c_w) dT \quad (\text{Éq. de Kirchhoff})$$

D'où

$$m dh = m_d c_{pd} dT + m_l c_w dT - m_v c_w dT + m_v c_{pv} dT + \ell_v dm_v$$

et, en regroupant les termes:

$$m dh = (m_d c_{pd} + m_w c_w + m_v c_{pv}) dT + \ell_v dm_v$$

Le coefficient moyen de chaleur spécifique  $\bar{c}_p$  du système est donné par:

$$\bar{c}_p = \frac{m_d c_{pd} + m_w c_w + m_v c_{pv}}{m}$$

d'où, en divisant par  $m$ :

$$\boxed{dh = \bar{c}_p dT + \ell_v \frac{dm_v}{m}} \quad (\text{exact})$$

Dans la plupart des circonstances d'intérêt pratique pour l'atmosphère, on a:

$$m_d \gg m_w, m_v$$

on a donc approximativement:

$$\begin{aligned} \bar{c}_p &\cong c_{pd} \\ \frac{dm_v}{m} &\cong \frac{dm_v}{m_d} = dr \end{aligned}$$

$$\boxed{dh \cong c_{pd} dT + \ell_v dr} \quad (\text{approché})$$

Par rapport aux propriétés de l'air humide sous-saturé, le terme supplémentaire  $\ell_v dr$  apparaissant dans l'équation ci-dessus inclut dans le bilan énergétique de la transformation d'état la chaleur latente qui accompagne la transition de phase d'une partie de l'eau ( $dr$ ) du système.

### 2.1.4 Masse d'eau condensée - Visibilité

Or, a  $p = cte$

$$\delta q = dh \cong c_{pd} dT + \ell_v dr \quad (\text{Système : air + vapeur + eau})$$

$$r = \varepsilon \frac{e}{p-e} \stackrel{p=cte}{\Rightarrow} dr = \varepsilon \frac{(p-e) + e}{(p-e)^2} de = \varepsilon \frac{p}{(p-e)^2} de \cong \frac{\varepsilon}{p} de$$

de plus

$$\begin{cases} e = e_w \\ de_w \cong \frac{\ell_v e_w}{R_v T^2} dT \quad (\text{Éq.C.C.}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} dr \cong \varepsilon \frac{p}{(p-e)^2} \frac{\ell_v e_w}{R_v T^2} dT \\ dr \cong \frac{\varepsilon \ell_v e_w}{p R_v T^2} dT \end{cases}$$

$$\Rightarrow \delta q \cong \left[ c_{pd} + \frac{\varepsilon p}{(p-e_w)^2} \frac{\ell_v^2 e_w}{R_v T^2} \right] dT \cong \left[ c_{pd} + \frac{\varepsilon \ell_v^2 e_w}{p R_v T^2} \right] dT$$

$$\delta q \cong \left[ c_{pd} \frac{R_v T^2}{\ell_v e_w} + \frac{\varepsilon p \ell_v}{(p - e_w)^2} \right] de_w \cong \left[ c_{pd} \frac{R_v T^2}{\ell_v e_w} + \frac{\varepsilon \ell_v}{p} \right] de_w$$

Si on calcule les pertes de chaleur  $-\delta q$  avec d'autres données (ex: pertes radiatives), les équations ci-dessus nous permettent d'évaluer la diminution de température  $-dT$  ou de la pression de vapeur  $-de_w$ .

De l'équation d'état on a que

$$\rho_v = \frac{e_w}{R_v T}$$

et la variation  $d\rho_v$  par rapport à  $T$  est donnée par

$$\begin{cases} d\rho_v = \frac{1}{R_v T} de_w - \frac{e_w}{R_v T^2} dT \\ de_w = \frac{\ell_v e_w}{R_v T^2} dT \quad (\text{Éq. C.C.}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow d\rho_v = \frac{\ell_v}{R_v T} \frac{e_w}{R_v T^2} dT - \frac{e_w}{R_v T^2} dT$$

$$d\rho_v = \left( \frac{\ell_v}{R_v T} - 1 \right) \frac{e_w}{R_v T^2} dT$$

Par conséquent, la masse d'eau qui se condense est donnée par

$$dc = -d\rho_v$$

$$dc = \left( 1 - \frac{\ell_v}{R_v T} \right) \frac{e_w}{R_v T^2} dT$$

ou

$$dc = \left( 1 - \frac{\ell_v}{R_v T} \right) \frac{e_w}{R_v T^2} \frac{R_v T^2}{\ell_v e_w} de_w = \left( 1 - \frac{\ell_v}{R_v T} \right) \frac{1}{\ell_v} de_w$$

et puisque  $\frac{\ell_v}{R_v T} \cong 20$ , à moins de 5% on a que

$$dc \cong -\frac{\ell_v e_w}{R_v^2 T^3} dT \cong -\frac{1}{R_v T} de_w$$

**Exemple :**

$$\Delta c = 1 \text{ g m}^{-3} \text{ avec l'air saturé à } 10^{\circ}\text{C}$$

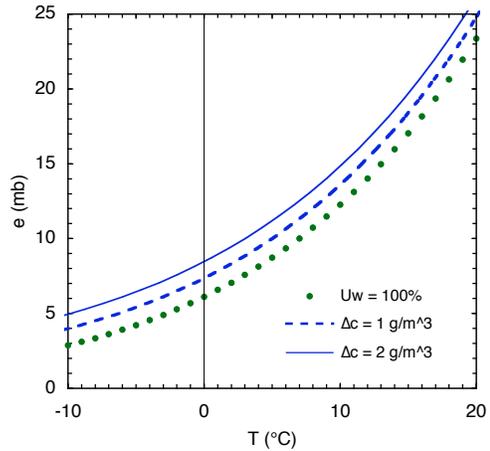
$$\Delta T \cong -\frac{R_v T^3}{\ell_v e_w} \Delta c \cong -\frac{461 \times 283^3}{2.47 \times 10^6 \times 1.227 \times 10^3} 10^{-3} \cong -1.6^{\circ}\text{C}$$

$$-\Delta e_w \cong R_v T \Delta c = 461 \times 283 \times 10^{-3} \cong 1.3 \text{ mb}$$

Nous pouvons maintenant utiliser un diagramme  $(e, T)$  pour représenter les lignes à  $\Delta c = \text{cte}$ .

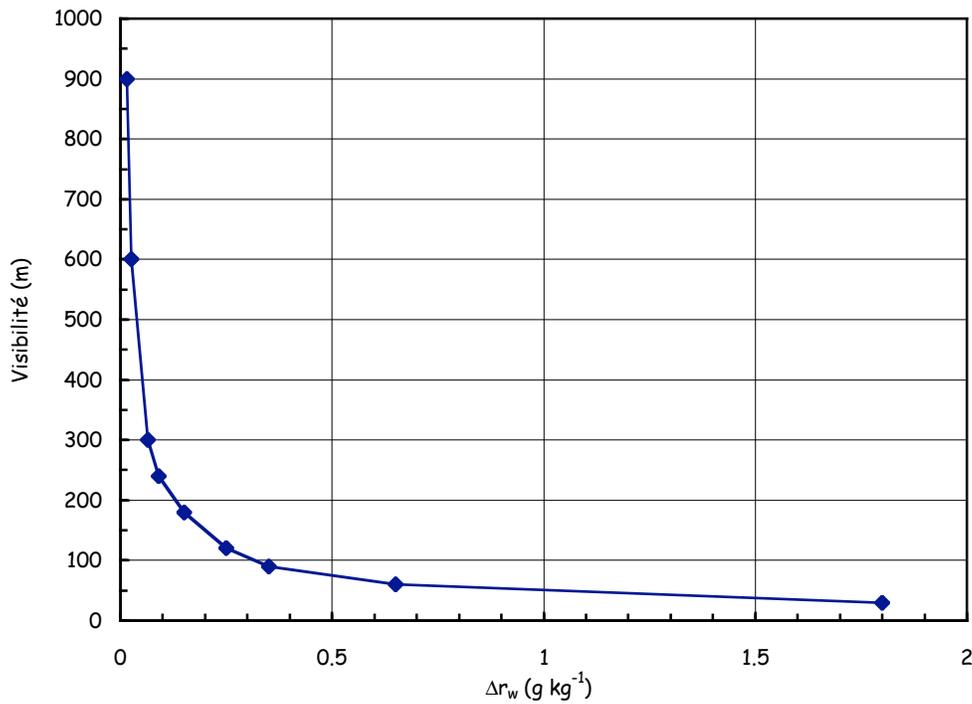
$$\left( dT = \frac{R_v T^3}{(R_v T - \ell_v) e_w} dc \right)$$

Les lignes à  $\Delta c = \text{cte}$  sont reliées à la visibilité dans le brouillard.



Estimation de la visibilité horizontale en fonction de  $\Delta r_w$

$\Delta r_w$ ( $\text{g kg}^{-1}$ )	0.015	0.025	0.065	0.09	0.15	0.25	0.35	0.65	1.8
Visibilité (m)	900	600	300	240	180	120	90	60	30



À partir de l'équation des pertes de chaleur, on démontre qu'un brouillard dense est plus probable à des hautes températures qu'à des basses températures :

i) *Expressions exactes*

$$\delta q = \left[ \frac{c_p R_v T^2}{l_v e_w} + \frac{\epsilon p l_v}{(p - e_w)^2} \right] de_w$$

$$\left( \frac{1}{l_v} - \frac{1}{R_v T} \right) de_w = dc$$

$$\left. \begin{aligned} & \\ & \end{aligned} \right\} \frac{dc}{-\delta q} = \frac{e_w (p - e_w)^2 (l_v - R_v T)}{R_v T \left[ c_p R_v T^2 (p - e_w)^2 + \epsilon p l_v^2 e_w \right]}$$

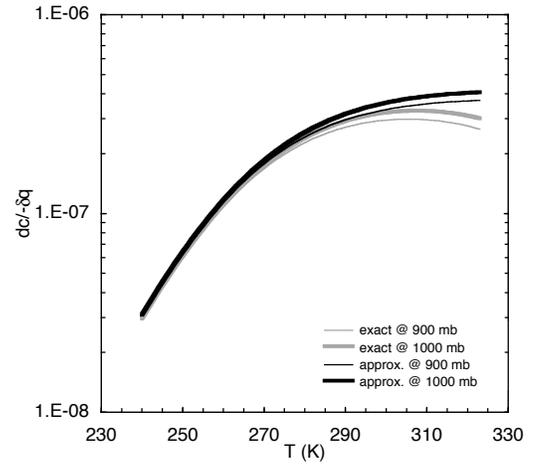
ii) *Expressions approchées*

$$\delta q \cong \left[ \frac{c_{pd} R_v T^2}{l_v e_w} + \frac{\epsilon l_v}{p} \right] de_w$$

$$de_w \cong -R_v T dc$$

$$\left. \begin{aligned} & \\ & \end{aligned} \right\} \frac{dc}{-\delta q} \cong \frac{1}{\frac{c_p R_v^2 T^3}{l_v e_w} + \frac{R_d l_v T}{p}}$$

Donc pour  $T_2 > T_1$ ,  $\Rightarrow \boxed{\Delta c_2 > \Delta c_1}$



## 2.2 Température équivalente et du thermomètre mouillé

Considérons un système composé d'air humide et d'eau soumis à un processus isobare et adiabatique. Ce processus est par conséquent isenthalpique. Considérons deux états de ce système  $(T, m_v)$   $(T', m'_v)$  qui sont reliés par un processus isenthalpique. Soit  $m_d + m_t = 1 \text{ kg}$ , on peut écrire que

$$h = (m_d c_{pd} + m_t c_w) T + l_v(T) m_v + cte$$

et

$$h' = (m_d c_{pd} + m_t c_w) T' + l_v(T') m'_v + cte$$

où  $m_d$ ,  $m_t$  et les constantes additives sont les mêmes pour les deux états. Or, puisque  $h = h'$  on a que

$$(m_d c_{pd} + m_t c_w)(T' - T) + l_v(T') m'_v - l_v(T) m_v = 0$$

qui peut s'écrire:

$$T' + \frac{\ell_v(T')m'_v}{m_d c_{pd} + m_t c_w} = T + \frac{\ell_v(T)m_v}{m_d c_{pd} + m_t c_w}$$

Chaque terme de la relation ci-dessus est une fonction d'état du système.

$$T' + \frac{\ell_v(T')m'_v}{m_d(c_{pd} + r_t c_w)} = T + \frac{\ell_v(T)m_v}{m_d(c_{pd} + r_t c_w)}$$

$$T' + \frac{\ell_v(T')r'}{c_{pd} + r_t c_w} = T + \frac{\ell_v(T)r}{c_{pd} + r_t c_w}$$

où

$$r_t = \frac{m_v + m_w}{m_d} = \frac{m_t}{m_d}$$

Si on néglige la variation de  $\ell_v$  par rapport à  $T$ , on a que

$$T' + \frac{\ell_v}{c_p} r' \cong T + \frac{\ell_v}{c_p} r \cong cte$$

et  $c_p$  peut être pris égal à  $c_{pd}$  car  $c_{pd} \gg r_t c_w \Rightarrow$

$$\boxed{T' + \frac{\ell_v}{c_{pd}} r' \cong T + \frac{\ell_v}{c_{pd}} r \cong cte}$$

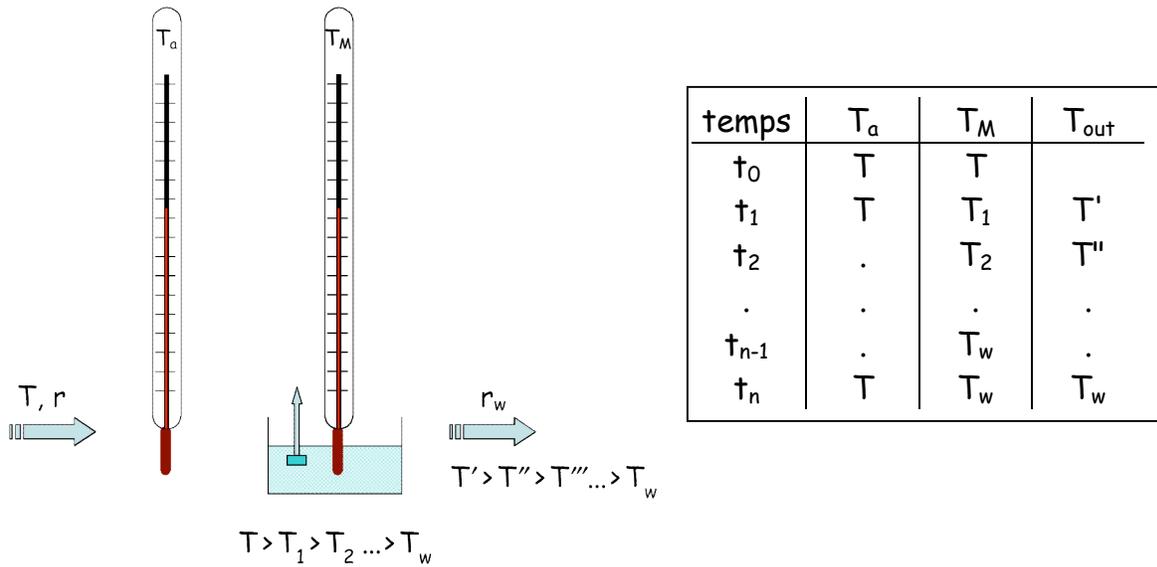
Or, la **température équivalente** est définie comme la température que l'air humide atteindrait si cet air serait complètement asséché par condensation de toute la vapeur d'eau et élimination du liquide, lorsque le processus est à pression constante et le système est thermiquement isolé. On indique cette température avec  $T_e$  :

$$\left. \begin{array}{l} c_p T + \ell_v r = c_{pd} T_e \\ c_p = c_{pd} + r c_w \\ r c_w \ll c_{pd} \end{array} \right\} c_p = c_{pd} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} c_{pd} T + \ell_v r \cong c_{pd} T_e$$

$$\Rightarrow \boxed{T_e \cong T + \frac{\ell_v}{c_{pd}} r}$$

qui correspond à l'expression approchée pour un processus isenthalpique.

Considérons maintenant le processus complémentaire où l'on passe de  $r$  à  $r_w$ . Ceci est le processus qui est relié à l'utilisation du **psychromètre mouillé**. Cet instrument est constitué de deux thermomètres, un dont le bulbe est sec et qui mesure la température de l'air, et l'autre qui a le bulbe couvert par de la mousseline imbibée d'eau. L'air s'écoule autour du bulbe mouillé et s'il n'est pas saturé, de l'eau s'évapore jusqu'à saturation. Si l'équilibre est atteint, la chaleur de vaporisation ne peut pas venir de l'eau qui demeure à température constante, mais de l'air même.



Le système thermodynamique qu'on doit considérer est constitué d'une certaine masse d'air qui s'écoule autour du bulbe, et de la masse d'eau qui a été incorporée dans l'air par l'évaporation.

**Système thermodynamique**

**État initial**

Air sous-saturé :  $m_d, m_v$  à  $T$   
 Eau :  $m_w$  à  $T_w$

**État final à l'équilibre**

Air saturé :  
 $m_d, m_v + m_w = m_t$  à  $T_w$

Ce processus est similaire à celui qu'on a étudié plus haut. La seule différence est que l'eau n'a pas subi les mêmes variations de température que l'air. Dans ce processus, l'eau ajoutée est du début à la fin à la température finale du système.

$$\begin{array}{l}
 \textcircled{i} \\
 \text{air : } m_d c_{pd} T + m_v c_w T + m_v \ell_v \\
 \text{eau : } m_w c_w T_w
 \end{array}
 \quad \left| \quad
 \begin{array}{l}
 \textcircled{f} \\
 m_d c_{pd} T_w + m_v c_w T_w + m_v \ell_v \\
 m_w c_w T_w + m_w \ell_v
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \overbrace{m_d c_{pd} T + m_v c_w T + \ell_v m_v}^{\text{air humide non-saturé}} + \overbrace{m_w c_w T_w}^{\text{eau}} = \overbrace{m_d c_{pd} T_w + m_t c_w T_w + \ell_v m_t}^{\text{air saturé}} \\
 (m_d c_{pd} + m_v c_w) T + \ell_v m_v = (m_d c_{pd} + m_v c_w) T_w + \ell_v m_t \\
 c_{pd} T + \ell_v r \cong c_{pd} T_w + \ell_v r_w
 \end{array}$$

$$\Rightarrow \boxed{T + \frac{\ell_v}{c_{pd}} r = T_w + \frac{\ell_v}{c_{pd}} r_w = cte}$$

où  $T_w$  est la **température du thermomètre mouillé**.  $T_w$  est la température que l'air atteint lorsque l'eau s'est évaporée jusqu'à saturation, que le système (air + eau) est à pression constante et qu'il n'y a pas d'échange de chaleur avec l'environnement.

Le procédé du thermomètre mouillé ne considère pas la possibilité que l'air qui s'écoule autour du bulbe ne rejoint pas la saturation ou que l'air et l'eau ne soient pas à l'équilibre thermique. Par conséquent,  $T_w$  donnée par le psychromètre est sujette à vérification expérimentale. Il arrive que la mesure est satisfaisante s'il y a une ventilation et que le débit d'air soit de  $\sim 5 \text{ m s}^{-1}$ .

Donc avec les approximations appropriées on peut écrire

$$\boxed{T_e \cong T + \frac{\ell_v}{c_{pd}} r \cong T_w + \frac{\ell_v}{c_{pd}} r_w}$$

d'où on a que

$$\begin{cases} c_{pd}(T - T_w) \cong \ell_v(r_w - r) \\ r \cong \frac{\varepsilon e}{p}, \quad r_w \cong \frac{\varepsilon e_w(T_w)}{p} \end{cases} \Rightarrow c_{pd}(T - T_w) \cong \frac{\varepsilon}{p} \ell_v [e_w(T_w) - e]$$

$$e = e_w(T_d)$$

$$\Rightarrow e = e_w(T_d) = e_w(T_w) - \frac{p c_{pd}}{\varepsilon \ell_v} (T - T_w)$$

et en faisant usage de la relation

$$T_e \cong T_w + \frac{\ell_v}{c_{pd}} \frac{\varepsilon e_w(T_w)}{p}$$

$$\Rightarrow e = -\frac{p c_{pd}}{\varepsilon \ell_v} (T - T_e)$$

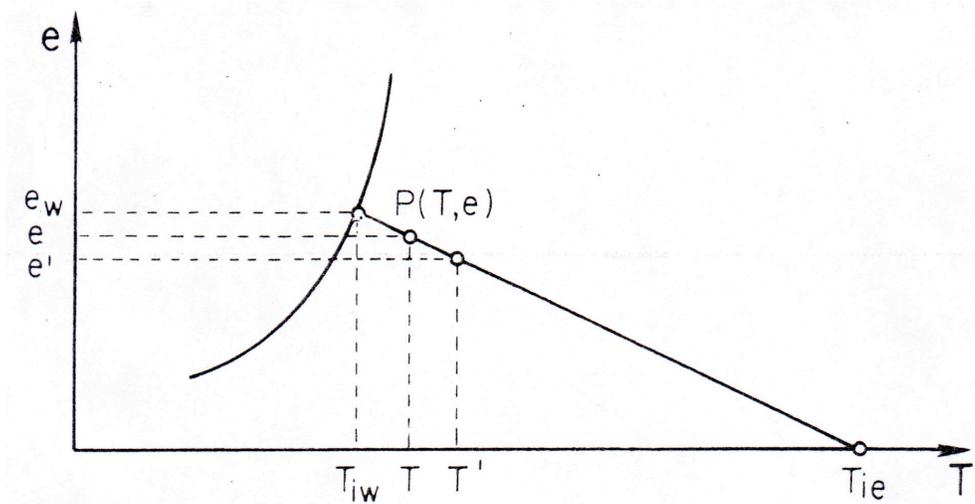


Fig. 2.5

### 2.2.1 $r$ vs. $T_w$

$$\left. \begin{aligned} T + \frac{\ell_v}{c_{pd}} r &= T_w + \frac{\ell_v}{c_{pd}} r_w \\ r &= \frac{c_{pd}}{\ell_v} (T_w - T) + r_w \\ r_w &\cong \frac{\varepsilon e_w(T_w)}{p} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{r \cong \frac{\varepsilon e_w(T_w)}{p} - \frac{c_{pd}}{\ell_v} (T - T_w)}$$

### 2.3 Expansion adiabatique dans l'atmosphère

Le processus d'expansion ou de compression adiabatique est d'une importance considérable puisqu'il décrit les transformations d'une masse d'air qui se soulève ou descend dans l'atmosphère.

Considérons une masse d'air humide sous-saturée qui se soulève de façon adiabatique dans l'atmosphère. On a déjà vu que ce processus diffère très peu de l'expansion de l'air sec ( $\chi \cong \chi_d$ ) et l'équation qui le gouverne est donnée par

$$\theta = T \left( \frac{1000}{p} \right)^{\chi} \quad \text{où} \quad \chi \cong \chi_d = \frac{R_d}{c_{pd}}$$

( $p$  en hPa). Dans un téphigramme, ceci correspond aux adiabatiques sèches.

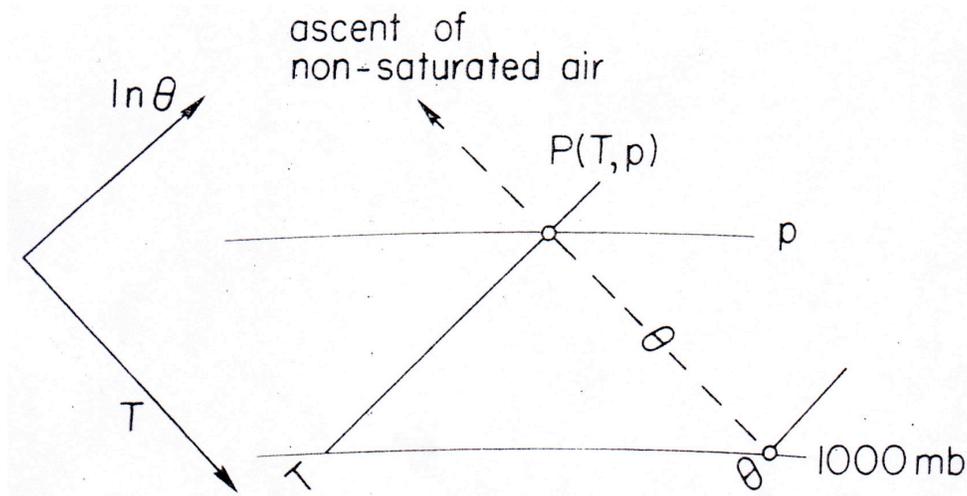


Fig. 2.6

La température  $T$  continue à diminuer de cette façon jusqu'à la saturation (où  $r_w$  devient égal à  $r$ ). Après saturation de la masse d'air, deux possibilités doivent être considérées :

- 1) L'eau qui se condense reste dans l'air (formation de nuage) et elle peut s'évaporer lorsque l'air descend (processus adiabatique réversible avec saturation)
- 2) L'eau qui se condense tombe tout de suite après sa formation (processus adiabatique "irréversible" avec saturation ou processus pseudo adiabatique).

À cause de la chaleur latente de condensation dégagée par la vapeur, la température diminue moins rapidement que pour un processus adiabatique sans saturation.

### 2.3.1 Saturation par soulèvement adiabatique

De la définition d'humidité relative on a que

$$U = \frac{e}{e_w} \Rightarrow \ln U = \ln e - \ln e_w \Rightarrow d \ln U = d \ln e - d \ln e_w$$

Puisque le système est fermé :  $\Rightarrow \frac{n_v}{n} = \frac{e}{p} = cte$

De l'équation de Poisson  $Tp^{-\chi} = cte$

on obtient que  $Te^{-\chi} \propto \left(\frac{n_v}{n}\right)^{-\chi} = cte'$

et par différentiation  $d \ln T = \chi d \ln e$

$$\Rightarrow d \ln U = \frac{1}{\chi} d \ln T - d \ln e_w$$

qui avec l'équation de Clausius-Clapeyron

$$d \ln e_w = \frac{\ell_v}{R_v T^2} dT$$

devient:

$$d \ln U = \underbrace{\frac{1}{\chi} d \ln T}_A - \underbrace{\frac{\ell_v}{R_v T^2} dT}_B$$

Le terme A donne le changement dû à la diminution de pression et le terme B mesure l'influence de la diminution de température et, par conséquent, de  $e_w$ . Les deux termes sont de signe contraire, ainsi qu'une expansion adiabatique pourrait conduire à une diminution ou une augmentation de  $U$ .

Par ailleurs si on développe l'équation, on obtient que:

$$\frac{dU}{dT} = \frac{U}{T} \left( \frac{1}{\chi} - \frac{\ell_v}{R_v T} \right) = \frac{U}{T} \left( \frac{c_p T - \epsilon \ell_v}{R_d T} \right)$$

et le terme entre parenthèses est  $< 0$  si

$$T < \frac{\epsilon \ell_v}{c_p} \cong 1500^{\circ} K$$

Condition qui est toujours remplie dans l'atmosphère. Par conséquent, pendant une expansion adiabatique,  $U$  augmente lorsque  $T$  diminue

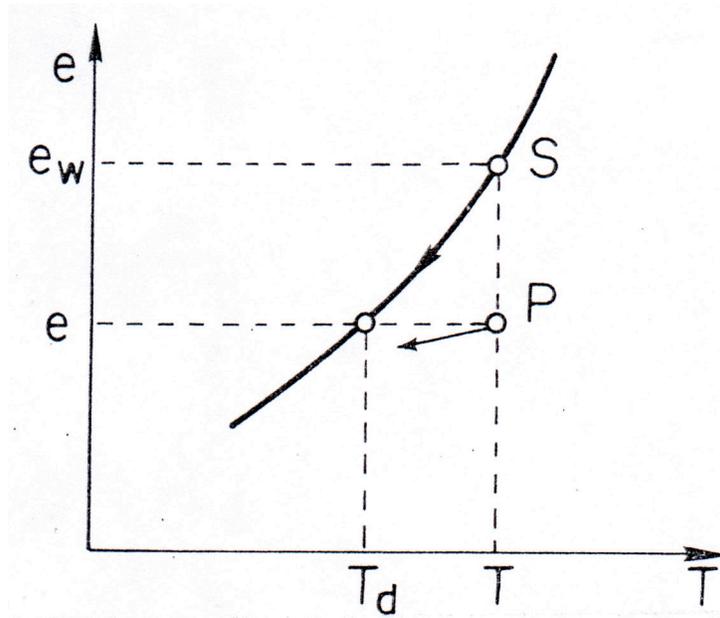


Fig. 2.7

Si on intègre l'équation

$$d \ln U = \frac{1}{\chi} d \ln T - \frac{\ell_v}{R_v T^2} dT$$

on a que

$$\ln \frac{U}{U_0} = \frac{1}{\chi} \ln \frac{T}{T_0} + \frac{\ell_v}{R_v} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)$$

où  $T_0$  et  $U_0$  sont les conditions initiales de la masse d'air. Or, si on pose  $U = 1$  à la température  $T_c$ , on a que

$$\boxed{-\ln U_0 = \frac{1}{\chi} \ln \frac{T_c}{T_0} + \frac{\ell_v}{R_v} \left( \frac{1}{T_c} - \frac{1}{T_0} \right)}$$

qui peut être résolu pour donner la **température de condensation**  $T_c$ .

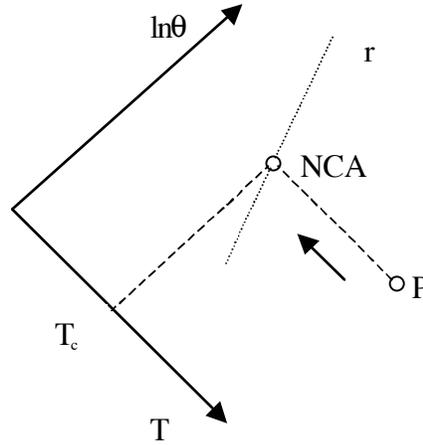


Fig. 2.8

On verra plus loin que sur une adiabatique sèche, la température diminue à peu près de  $10^{\circ}\text{C}$  par km. Le niveau où la masse d'air devient saturée par soulèvement adiabatique est appelé "niveau de condensation par soulèvement adiabatique" (NCA).

### 2.3.2 Processus adiabatique réversible avec saturation

Considérons un système thermodynamique constitué d'une masse de nuage (air saturé + eau) qui se soulève et qui se dilate de façon adiabatique réversible (le processus est par conséquent isentropique). L'entropie de ce système est donnée par

$$dS = m_d c_{pd} d \ln \theta_d + m_t c_w d \ln T + d \left( \frac{m_v \ell_v}{T} \right) \equiv 0$$

où  $m_t = m_w + m_v$ . En remplaçant  $c_{pd} d \ln \theta_d = c_{pd} d \ln T - R_d d \ln p_d$  et en regroupant les termes :

$$\left( m_d c_{pd} + m_t c_w \right) d \ln T - m_d R_d d \ln p_d + d \left( \frac{m_v \ell_v}{T} \right) \equiv 0$$

Si on divise par  $m_d$  l'équation précédente:

$$\left( c_{pd} + r_{t,w} c_w \right) d \ln T - R_d d \ln p_d + d \left( \frac{r_w \ell_v}{T} \right) \equiv 0$$

Cette équation décrit le processus adiabatique réversible avec saturation où  $r_{t,w}$  est une constante,  $r_w \equiv \varepsilon e_w / p_d$  et  $e_w$  sont une fonction de  $T$ . Par conséquent, l'équation donne une relation entre  $T$  et  $p_d$  et elle détermine une courbe sur un diagramme thermodynamique.

Si on néglige le terme  $r_{t,w} c_w^{(*)}$  par rapport à  $c_{pd}$  et  $e_w$  par rapport à  $p_d$ , on obtient que

$$c_{pd} d \ln T - R_d d \ln p + d \left( \frac{r_w \ell_v}{T} \right) \approx 0$$

Et si on considère que  $\ell_v$  varie peu par rapport à  $T$ , on a que

$$c_{pd} d \ln T - R_d d \ln p + \ell_v d \left( \frac{r_w}{T} \right) \approx 0$$

### 2.3.3 Processus pseudoadiabatique

L'équation du processus adiabatique réversible avec saturation:

$$(c_{pd} + r_{t,w} c_w) d \ln T - R_d d \ln p_d + d \left( \frac{r_w \ell_v}{T} \right) \equiv 0$$

dépend de la valeur de  $r_{t,w}$  qui est une constante arbitraire pour chaque système considéré. Pour un état  $(T, p)$  donné, le rapport de mélange saturant  $r_w$  est une quantité déterminée, mais le rapport de mélange de l'eau,  $m_w/m_d$ , est un paramètre arbitraire du système. Par conséquent, pour chaque point d'un diagramme, il y a un nombre infini de lignes adiabatiques réversibles avec saturation qui passent et, à cause du terme dépendant du contenu en eau liquide, elles diffèrent très peu l'une de l'autre. Pour éviter cet inconvénient, sur les diagrammes aérologiques, on utilise un autre processus qui permet de définir de façon univoque l'expansion saturée d'une masse d'air. Ceci est appelé le processus pseudoadiabatique, où on considère que l'eau qui se condense est éliminée du système au fur et à mesure qu'elle est produite. Dans ce cas, **le système n'est plus fermé**. On a donc qu'à chaque instant,

$$m_w = 0 \text{ et } r_{t,w} = r_w$$

Or, on peut considérer que la condensation et l'élimination de la masse  $dm_w$  d'eau arrivent en deux étapes:

---

\* Si  $T \uparrow \uparrow$ , l'approximation est mauvaise. Si  $r_{t,w} \equiv 50 \text{ g kg}^{-1}$ ,  $r_{t,w} c_w$  est  $\equiv 20\%$  de  $c_{pd}$ .

- i. Expansion adiabatique réversible avec saturation et condensation de la masse  $dm_w$  d'eau et
- ii. L'eau quitte le système.

On connaît déjà l'équation de la première étape:

$$(c_{pd} + r_w c_w) d \ln T - R_d d \ln p_d + d \left( \frac{r_w \ell_v}{T} \right) \equiv 0$$

Dans la deuxième étape, l'entropie du système diminue de  $(-s_w dm_w)$ , mais ceci ne change pas les valeurs de  $T$  et  $p$  du système. Par conséquent, l'équation ci-dessus décrit les variations de  $T$  et  $p$  dans un processus pseudoadiabatique. Si on l'intègre (on doit se rappeler que  $r_w$  dépend de  $T$  tandis que  $r_{t,w}$  n'en dépend pas):

$$c_{pd} \ln T + c_w \int r_w d \ln T - R_d \ln p_d + \frac{r_w \ell_v}{T} \equiv cte$$

C'est simple voir que lorsqu'on néglige  $r_w c_w$  par rapport à  $c_{pd}$ ,  $p \equiv p_d$  et  $\ell_v = cte$ , les équations approchées du processus pseudoadiabatique et du processus réversible sont identiques. Le refroidissement est un petit peu plus grand pour le processus pseudoadiabatique que pour les processus réversibles.

Pendant un processus de compression pseudoadiabatique, on doit considérer que l'eau est introduite à la température instantanée du système au taux nécessaire pour maintenir la saturation.

#### 2.3.4. Temperature pseudoadiabatique équivalente et du thermomètre mouillée.

Les relations trouvées précédemment pour  $T_{iw}$  et  $T_{ie}$  ne peuvent être utilisées adéquatement dans un téphigramme afin de déterminer  $T_w$  et  $T_e$ . Cependant, on peut définir deux autres paramètres  $T_{aw}$  et  $T_{ae}$ , qui représentent respectivement la saturation par évaporation et l'assèchement d'une masse d'air lors d'un processus pseudoadiabatique.

Considérons une masse d'air humide (voir fig. 2.9) non-saturée  $A(T, P, r)$  qui se soulève de façon adiabatique jusqu'à saturation  $A_c(T_c, p_c, r = r_{aw})$ . En premier lieu supposons que la masse d'air retourne, par un processus pseudoadiabatique, au niveau de pression initial  $p$  en

introduisant la quantité d'eau nécessaire pour maintenir par évaporation la saturation par rapport à l'eau. Une fois rendue au niveau de pression  $p$ , la masse d'air  $A_w(T_{aw}, p, r_{aw}(T_{aw}, p) > r)$  se trouve saturée avec une température  $T_{aw}$  correspondant à la température adiabatique du thermomètre mouillée. On peut montrer que

$$T_{iw} > T_{aw} \text{ et } \max|T_{aw} - T_{iw}| < 0.5 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Puisque  $T_{aw}$  peut être facilement déterminé à partir d'un tépigramme,  $T_{aw}$  est souvent utilisé pour estimer la température du thermomètre mouillée.

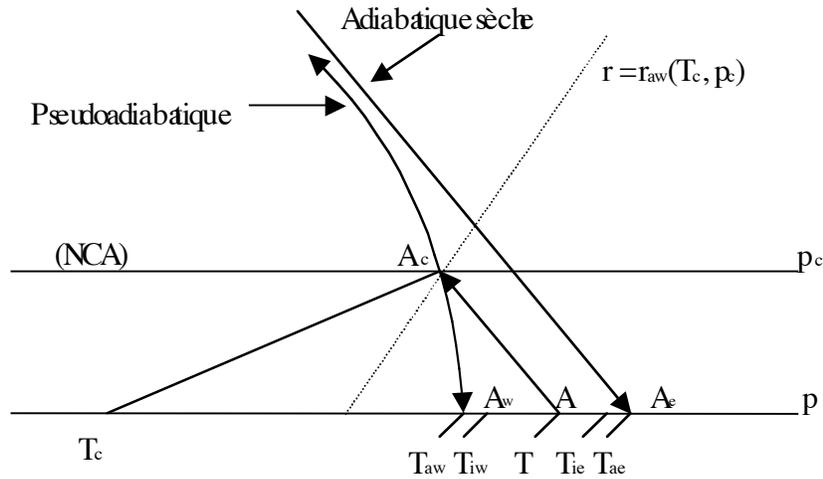


Fig. 2.9

En deuxième lieu, supposons que la masse d'air au niveau NCA poursuive son expansion indéfiniment jusqu'à ce que le contenu en vapeur d'eau de la masse d'air devienne négligeable. La pseudoadiabatique tend ainsi à devenir parallèle aux adiabatiques sèches. Comprimons alors la masse d'air asséchée jusqu'au niveau de pression initial  $p$ . Dans ce dernier stade du processus, la masse d'air est comprimée selon un processus adiabatique sec ( $\theta = \text{cte}$ ). Revenue au niveau de pression initial  $p$ , la masse d'air  $A_e(T_{ae}, p, r = 0)$  est à une température  $T_{ae}$  qui représente la température adiabatique équivalente. On peut montrer que  $T_{ae} > T_{ie}$ .

Si, dans le cas du processus pseudoadiabatique du thermomètre mouillé, on prolonge l'adiabatique saturée jusqu'au niveau de 1000 hPa par définition l'intersection détermine la température potentielle pseudoadiabatique du thermomètre mouillé  $\theta_{aw}$ . De façon similaire, le prolongement de l'adiabatique sèche du processus pour  $T_{ae}$  jusqu'au niveau de 1000 mb définit

la température potentielle adiabatique équivalente  $\theta_{ae}$ . On a ainsi défini les principaux paramètres d'humidité. À la figure 2.10, on présente un schéma qui regroupe l'ensemble des paramètres d'humidité considérés.

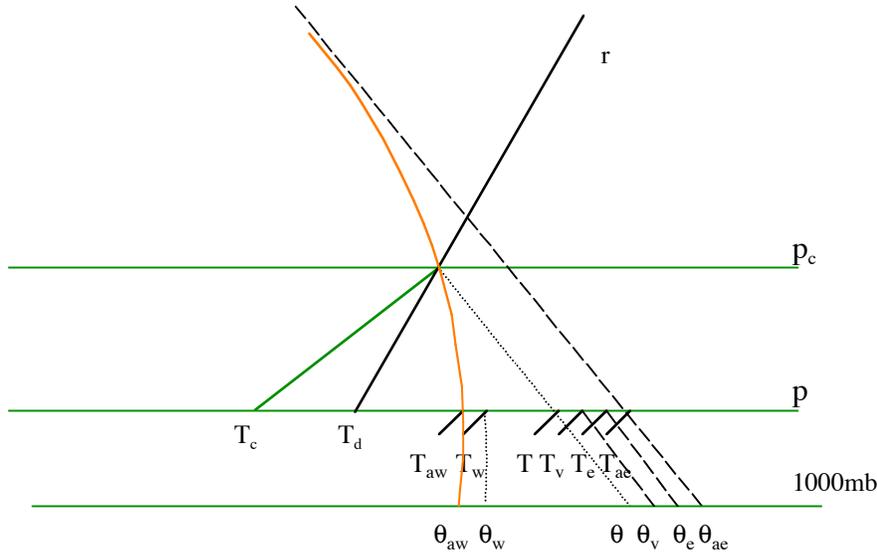


Fig. 2.10

## 2.4 Processus de mélange des masses d'air

### 2.4.1 Mélange isenthalpique sans condensation de deux masses d'air

Considérons le mélange isobare et adiabatique  $A(T, p, q)$  sans condensation de deux masses d'air humide non saturées  $A_1(T_1, p_1, q_1)$  et  $A_2(T_2, p_2, q_2)$ .

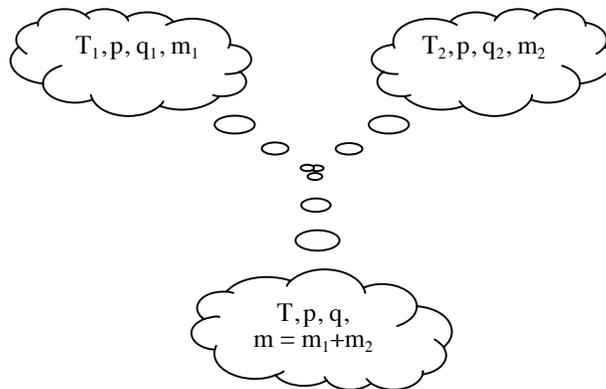


Fig. 2.11

La masse totale est  $m = m_1 + m_2$  et la masse totale de vapeur d'eau est donnée par  $m q = m_1 q_1 + m_2 q_2$ , lorsque  $q$  est l'humidité spécifique du mélange. Ainsi,  $q$  représente la moyenne pondérée par la masse de  $q_1$  et  $q_2$ :

$$q = \frac{m_1 q_1 + m_2 q_2}{m} \quad (2.3)$$

Puisque  $q \approx r \approx \varepsilon e/p$ ,

$$r \approx \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m} \quad (2.4)$$

et

$$e \approx \frac{m_1 e_1 + m_2 e_2}{m} \quad (2.5)$$

La variation totale d'enthalpie de ce système est nulle:

$$m_1 c_{pm1} dT + m_2 c_{pm2} dT = 0$$

$$m_1 (1 + 0.87 q_1) c_{pd} dT + m_2 (1 + 0.87 q_2) c_{pd} dT = 0$$

$$m_1 (1 + 0.87 q_1) c_{pd} (T - T_1) + m_2 (1 + 0.87 q_2) c_{pd} (T - T_2) = 0$$

d'où

$$T = \frac{(m_1 T_1 + m_2 T_2) + 0.87 (m_1 q_1 T_1 + m_2 q_2 T_2)}{m + 0.87 (m_1 q_1 + m_2 q_2)}$$

Introduisant dans cette dernière relation l'éq. (2.3), on obtient que

$$T = \frac{(m_1 T_1 + m_2 T_2) + 0.87 (m_1 q_1 T_1 + m_2 q_2 T_2)}{m (1 + 0.87 q)}$$

Si on néglige les termes de vapeur, on trouve que

$$T \approx \frac{(m_1 T_1 + m_2 T_2)}{m} \quad (2.6)$$

La température finale est donnée par la moyenne pondérée par la masse des températures initiales. De plus, en sachant que

$$\theta = T \left( \frac{1000}{p} \right)^x \quad \theta_1 = T_1 \left( \frac{1000}{p} \right)^x, \quad \theta_2 = T_2 \left( \frac{1000}{p} \right)^x$$

on trouve, de la relation (2.6), que

$$\theta \approx \frac{(m_1\theta_1 + m_2\theta_2)}{m} \quad (2.7)$$

correspondant ainsi à la moyenne pondérée par la masse des températures potentielles initiales.

Des relations (2.5) et (2.6), on peut montrer aussi que

$$e \cong \frac{e_1 - e_2}{T_1 - T_2} T + \frac{e_2 T_1 - e_1 T_2}{T_1 - T_2} \quad (2.8)$$

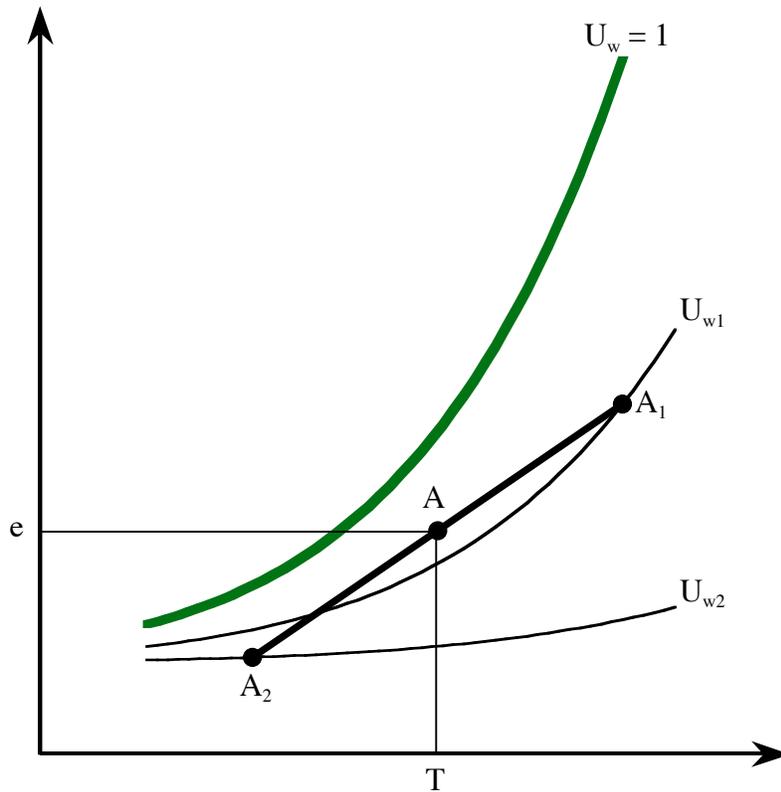


Fig. 2.12

Cette relation montre que  $e = f(T) \approx m T + b$  (équation d'une droite). À la Figure 2.12, on présente sur un diagramme  $e$  vs  $T$  les trois points  $A_1$ ,  $A_2$  et  $A$  distribués sur une même droite  $e = m T + b$ . Les courbes d'humidité relative constante sont aussi représentées sur ce graphique ( $U_{w1} = e/e_w(T)$  et  $U_{w2} = e/e_w(T)$ ). On remarque, de la courbure des lignes d'humidité relative

constante, que l'humidité relative du mélange est toujours plus grande que la moyenne pondérée par la masse de  $U_{w1}$  et  $U_{w2}$ . Par exemple, pour  $U_{w1} = U_{w2}$ , il est évident de constater que l'humidité relative du mélange se trouve à la gauche de la courbe  $U_w = 1$ .

Ainsi, avec deux masses d'air sous saturé il est possible d'obtenir un mélange "sursaturé". Par exemple à la Figure 2.13, le mélange résultant est sursaturé et l'excès de la vapeur d'eau se condense pour atteindre la saturation au point  $A'(T', e'_w)$ . Les mélanges isobares sont ainsi souvent responsables de formation de brouillards.

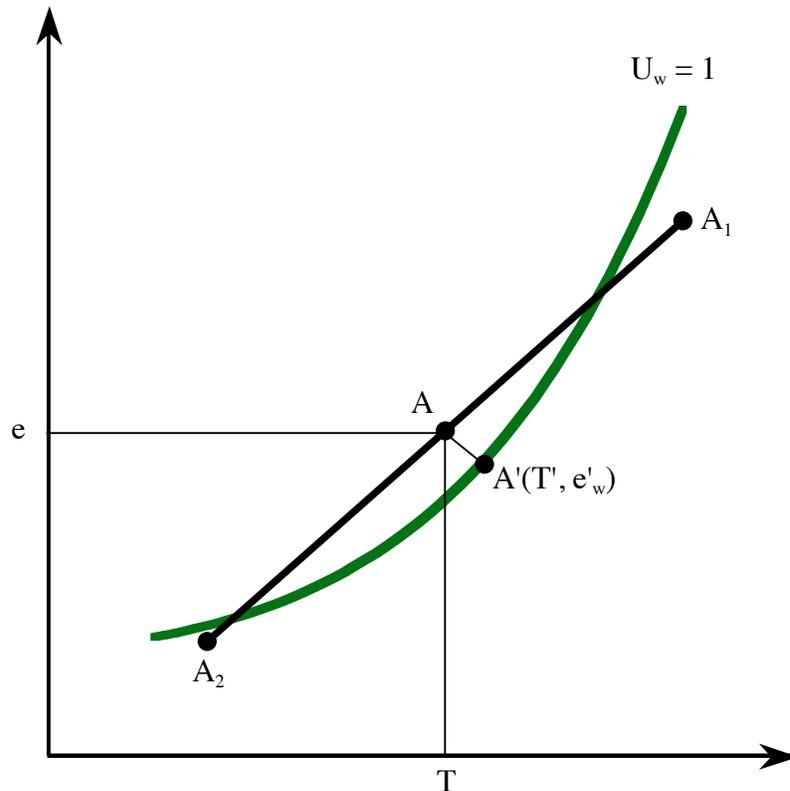


Fig. 2.13

### 2.4.2 Mélange isenthalpique avec condensation de deux masses d'air

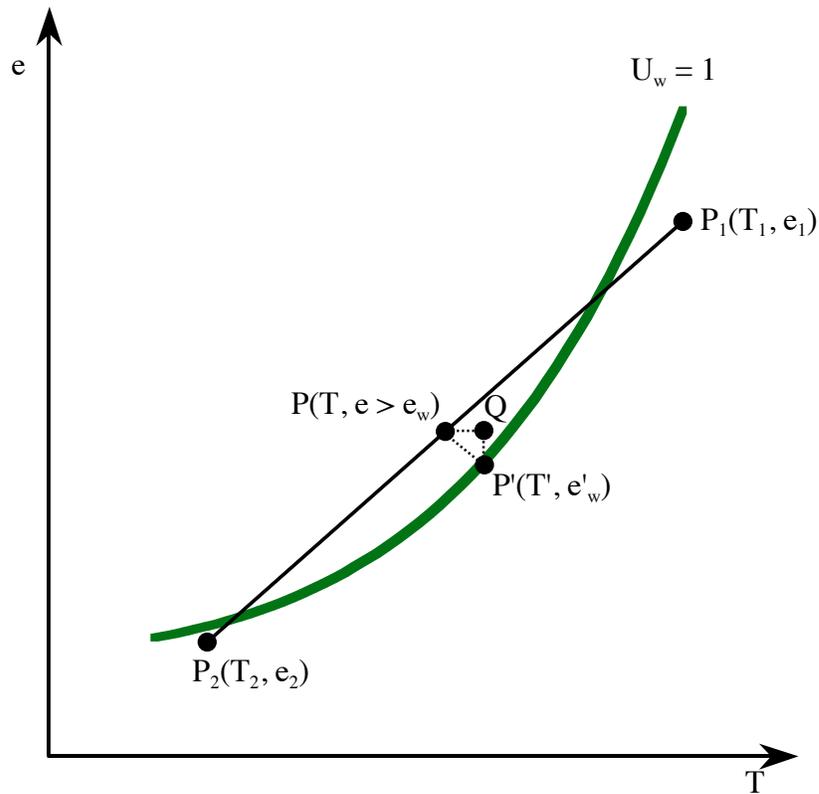


Fig. 2.14

Il est évident sur un diagramme  $e-T$  que le point image  $P$  d'un mélange isenthalpique sans condensation de deux masses d'air peut se trouver dans la région de sursaturation et ceci malgré que les deux masses, à l'état initial, n'étaient pas saturées. Puisque la sursaturation est difficilement réalisée dans l'atmosphère, la vapeur doit se condenser sous forme de gouttelettes. Or, si on tient compte que les variations d'enthalpie du système ne dépendent pas du parcours mais seulement de son état initial et final, on peut considérer le processus comme un mélange d'air sursaturé suivi par la condensation de l'eau jusqu'au point où la tension de vapeur devient saturante. Ce dernier processus est du même type des processus isenthalpiques qu'on a déjà étudié et il peut être représenté sur le diagramme  $e-T$  par la ligne droite  $PP'$ .

La quantité d'eau produite par unité de masse d'air est donnée par

$$q - q'_w \cong r - r'_w \cong \frac{\varepsilon}{p} (e - e'_w)$$

où  $(e - e'_w)$  est représenté par le segment de droite P'Q. La concentration d'eau liquide par unité de volume est donnée par:

$$\Delta c = - \Delta \rho$$

où

$$\rho = \frac{e}{R_v T}$$

$$d\rho = \frac{1}{R_v T} de - \frac{e}{R_v T^2} dT$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T + \frac{\ell_v}{c_p} r \equiv T_e \\ r \cong \frac{\varepsilon e}{p} \\ p = cte \end{array} \right. \Rightarrow dT = -\frac{\ell_v}{c_p} \frac{\varepsilon}{p} de$$

$$d\rho = \frac{1}{R_v T} \left( 1 + \frac{\ell_v}{c_p} r \frac{1}{T} \right) de$$

$$T + \frac{\ell_v}{c_p} r = T_e \Rightarrow 1 + \frac{\ell_v}{c_p} r \frac{1}{T} = \frac{T_e}{T}$$

$$d\rho = \frac{1}{R_v T} \frac{T_e}{T} de \quad \text{mais} \quad \frac{T_e}{T} \cong 1$$

Donc:

$$\Delta c \cong -\frac{1}{R_v T} \Delta e$$

Ce processus produit du brouillard de mélange, mais sa quantité est en général très petite.

Des phénomènes familiers associés à ce processus sont:

- Exhalation de l'air des poumons
- Éjection de produits de combustion dans l'air: cheminées, traînée des jets.
- Brouillard de littoral arctique.

### 2.4.3 Mélange adiabatique (mélange vertical)

Considérons deux masses d'air non saturé qui se mélangent au même niveau de pression après avoir effectué initialement des expansions ou des compressions adiabatiques.

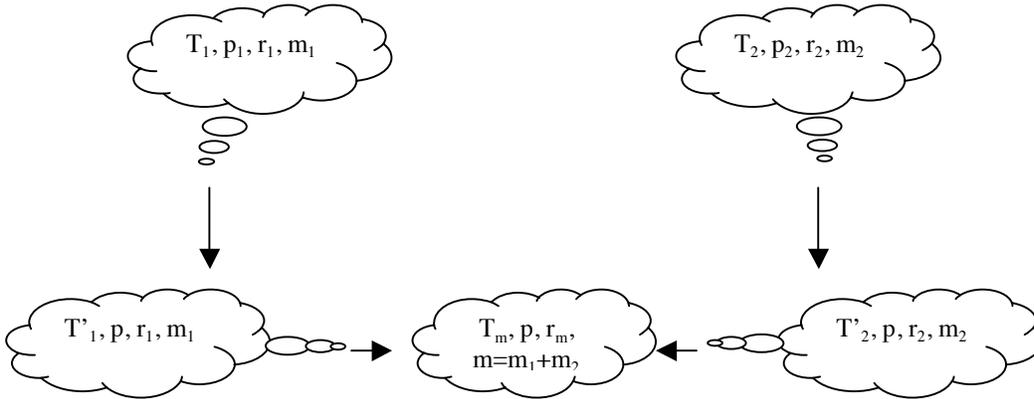


Fig. 2.15

Au moyen des processus adiabatiques effectués par chacune des masses d'air, on peut représenter les températures  $T'_1$  et  $T'_2$  par

$$T'_1 = T_1 \left( \frac{p}{p_1} \right)^\chi \quad \text{et} \quad T'_2 = T_2 \left( \frac{p}{p_2} \right)^\chi$$

Aussi des relations (2.4), (2.6) et (2.7) on obtient pour le mélange horizontal que

$$r_m \approx \frac{(m_1 r_1 + m_2 r_2)}{m}$$

$$T_m \approx \frac{m_1 T'_1 + m_2 T'_2}{m}$$

et

$$\theta_m \approx \frac{m_1 \theta_1 + m_2 \theta_2}{m}$$

Lors d'un mélange vertical d'une couche de l'atmosphère d'une épaisseur  $\Delta p = p_1 - p_2$ , on peut imaginer que le processus s'effectue en amenant la couche entière à un même niveau de pression  $p$  et que par la suite, après mélange isobare, la couche se redistribue dans

l'intervalle original  $\Delta p$ . Considérant la masse par unité de surface  $\delta m$  d'une couche infinitésimale  $\delta z$  et supposant l'équilibre hydrostatique  $\left(\frac{dp}{dz} = -\rho g\right)$ :

$$\delta m = \rho \delta z = -\frac{1}{g} \delta p$$

on obtient que

$$\theta_m \approx \frac{\int_0^m \theta dm}{m} = \frac{\int_0^z \theta \rho dz}{\int_0^z \rho dz} = -\frac{1}{p_1 - p_2} \int_{p_1}^{p_2} \theta dp \quad (2.9)$$

Le profil final de la température  $T$  de la couche  $\Delta p$  est donné par

$$T = \theta_m \left( \frac{p}{1000} \right)^\chi \quad (2.10)$$

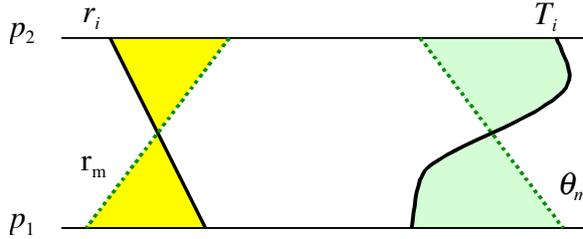


Fig. 2.16

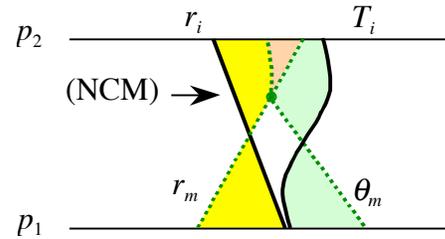


Fig. 2.17

Dans le cas illustré à la Figure 2.16, les profils initiaux du rapport de mélange et de la température de la couche ( $r_i$  et  $T_i$ ) produisent un mélange vertical sous saturé.

Dans un cas où la ligne  $r_m$  rencontre la ligne de  $\theta_m$  (voir la Figure 2.17), de la condensation se produit pour les niveaux supérieurs au point de rencontre NCM (Niveau de Condensation par Mélange).

$$\left. \begin{aligned} r_m &= \varepsilon \frac{e_w(T)}{p - e_w(T)} \\ \theta_m &= T \left( \frac{p_0}{p} \right)^\chi \end{aligned} \right\} \Rightarrow (T_{NCM}, p_{NCM}, r_m)$$

Dès ce niveau, le profil final de température est distribué à partir d'un processus adiabatique saturé

$$\int_{NCM}^{T, p_2, r_w} (c_{pd} + r_w c_w) d \ln T - \int_{NCM}^{T, p_2, r_w} R_d d \ln p_d + \int_{NCM}^{T, p_2, r_w} d \left( \frac{r_w \ell_v}{T} \right) = 0$$

et de la vapeur d'eau se condense :

$$m_w = \int_0^m (r_m - r_w) dm = \int_{NCM}^z (r_m - r_w) \rho dz = -\frac{1}{g} \int_{p_{NCM}}^{p_2} (r_m - r_w) dp$$

### 3 STABILITÉ VERTICALE

#### 3.1 Équation hydrostatique

Malgré les mouvements incessants qui la brassent, l'atmosphère peut être assimilée à un fluide au sein duquel règne un équilibre vertical. Cette situation se traduit par l'équilibre entre la force due au gradient vertical de pression et la gravité.

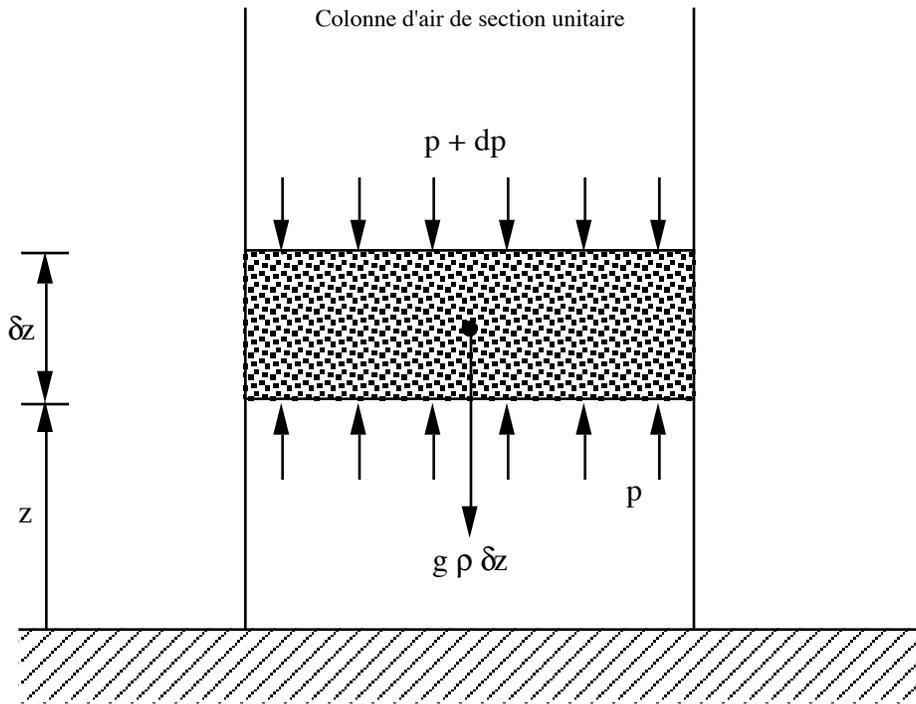


Fig. 3.1

$$p - (p + dp) - g \rho dz = 0$$

$$\begin{aligned} dp &= -g \rho dz \\ \frac{dp}{dz} &= -\rho g \\ g dz &= -\alpha dp \end{aligned}$$

Équation hydrostatique

### 3.1.1 Équation hypsométrique

De l'équation d'état pour de l'air humide ( $p = \rho R_d T_v$ ) et de l'équation hydrostatique, nous avons que

$$\frac{dp}{p} = -\frac{g}{R_d T_v} dz$$

d'où

$$\int_{p_0}^p T_v d \ln p = -\int_{z_0}^z \frac{g}{R_d} dz$$

En définissant la température virtuelle moyenne,  $\overline{T}_v$ , dans la couche de pression ( $p_0, p$ ) comme

$$\overline{T}_v = \frac{\int_{p_0}^p T_v d \ln p}{\int_{p_0}^p d \ln p} = \frac{\int_{p_0}^p T_v d \ln p}{\ln p - \ln p_0}$$

on obtient que

$$\boxed{\Delta z = \frac{R_d \overline{T}_v}{g} \ln \frac{p_0}{p}} \quad \text{Équation hypsométrique}$$

### 3.2 Gradient thermique

Le gradient thermique est défini comme le taux de décroissance de la température en fonction de la hauteur:

$$\boxed{\Gamma = -\frac{dT}{dz}}$$

#### 3.2.1 Taux de refroidissement adiabatique pour l'air sec : $\Gamma_d$

Le PPT pour une parcelle d'air sec s'écrit :  $\delta q = c_{pd} dT - \alpha dp$

Grâce à l'équation hydrostatique:

$$\delta q = c_{pd} dT + g dz$$

Pour une ascension adiabatique d'une parcelle d'air sec :  $\delta q = 0$

$$c_{pd} dT + g dz = 0$$

d'où

$$\Rightarrow \Gamma_d \equiv \left( -\frac{dT}{dz} \right)_d = \frac{g}{c_{pd}}$$

$$\Gamma_d = 9,8 \text{ deg km}^{-1}$$

### 3.2.2 Taux de refroidissement adiabatique pour l'air humide : $\Gamma_h$

Lors de l'ascension d'une parcelle d'air humide, on a que

$$c_p dT + g dz = 0$$

$$\Gamma_h \equiv \left( -\frac{dT}{dz} \right)_h = \frac{g}{c_p}$$

$c_p = c_{pd} (1 + 0.87 q)$  et donc  $\Gamma_h$  est presque égal à  $\Gamma_d$ .

$$\Gamma_h = \frac{\Gamma_d}{1 + 0.87 q} \cong \Gamma_d (1 - 0.87 q) \cong \Gamma_d$$

### 3.2.3 Taux de refroidissement adiabatique pour l'air saturé : $\Gamma_s$

Pour une parcelle d'air saturé, on a que

$$\delta q = c_p dT + g dz$$

La variation  $\delta q$  de la quantité de chaleur due à la condensation de la vapeur d'eau est

$$\delta q = -\ell dr_w$$

donc

$$-\ell dr_w = c_p dT + g dz$$

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{\ell}{c_p} \frac{dr_w}{dz} - \frac{g}{c_p}$$

ou

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{\ell}{c_p} \frac{dr_w}{dT} \frac{dT}{dz} - \frac{g}{c_p}$$

$$\Rightarrow \Gamma_s \equiv \left( -\frac{dT}{dz} \right)_s = \frac{\Gamma_h}{1 + \frac{\ell}{c_p} \frac{dr_w}{dT}}$$

Car  $\frac{dr_w}{dT} > 0 \Rightarrow \Gamma_s < \Gamma_d$

Pour  $\begin{cases} z \cong 0, & \Gamma_s \cong 4 \text{ deg km}^{-1} \\ z \cong 7 \text{ km}, & \Gamma_s \cong 6 \sim 7 \text{ deg km}^{-1} \\ z \cong \text{Tropopause}, & \Gamma_s \cong \Gamma_d \end{cases}$

### 3.3 Stabilité statique - Méthode de la parcelle d'air

Soit une parcelle d'air de volume  $V = S \delta z$ , à la température  $T$  et de densité  $\rho'$ .

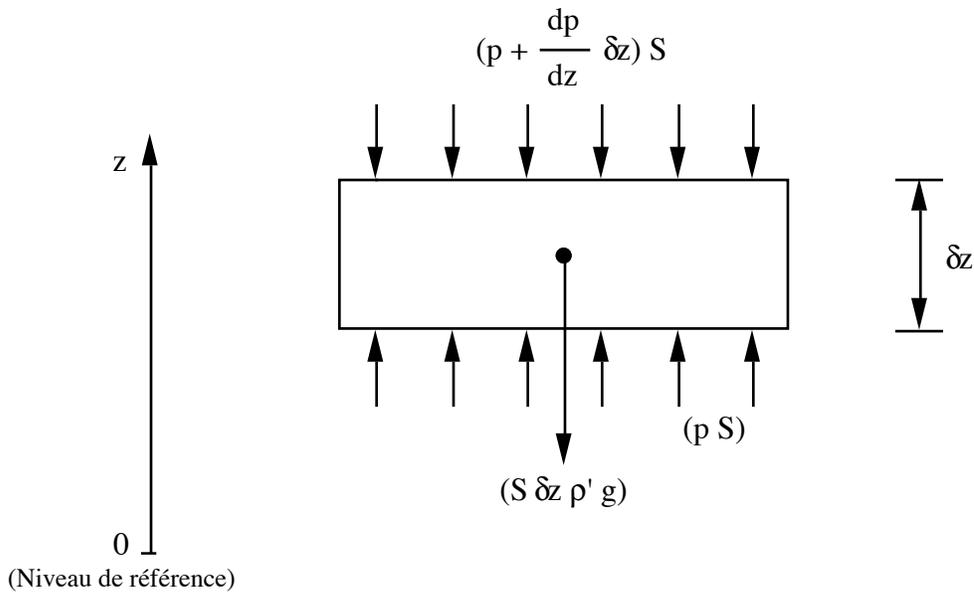


Fig. 3.2

$$S p - S \left( p + \frac{dp}{dz} \delta z \right) - S \delta z \rho' g = S \delta z \rho' \ddot{z}$$

$$-\frac{dp}{dz} - \rho'g = \rho'\ddot{z}$$

La parcelle d'air n'est donc pas en équilibre. Elle subit une force de poussée par unité de volume ( $F_B$ ) égale à la résultante entre la force de gravité et celle due au gradient de pression. Puisque l'atmosphère est à l'équilibre hydrostatique:

$$F_B = \rho g - \rho'g = \rho'\ddot{z}$$

$$\boxed{\ddot{z} = g \frac{\rho - \rho'}{\rho'}}$$

Par la loi de gaz idéaux

$$\rho = \frac{p}{R_d T_v}$$

$$\Rightarrow \boxed{\ddot{z} = g \frac{\rho - \rho'}{\rho'} = g \frac{T'_v - T_v}{T_v}}$$

Or

$$T_v = T_{v0} - \gamma_v z$$

$$T'_v = T'_{v0} - \gamma'_v z$$

L'indice "0" indique le niveau de référence et donc

$$T'_{v0} = T_{v0}$$

d'où

$$T'_v - T_v = (\gamma_v - \gamma'_v)z$$

et

$$\ddot{z} = \frac{g}{T_v} (\gamma_v - \gamma'_v)z$$

$$\boxed{\ddot{z} + N^2 z = 0}$$

où

$$N^2 = \frac{g}{T_v} (\gamma'_v - \gamma_v)$$

Les solutions de cette équation ont la forme

$$z = Ae^{jNt}$$

i)  $\gamma_v > \gamma'_v$  : cas instable

$N^2 < 0$  et après avoir été déplacée la parcelle d'air continue à s'éloigner de sa position de départ.

ii)  $\gamma_v = \gamma'_v$  : cas neutre

$N^2 = 0$  et après avoir été déplacée la parcelle d'air reste en équilibre à la nouvelle position.

iii)  $\gamma_v < \gamma'_v$  : cas stable

$N^2 > 0$  et après avoir été déplacée la parcelle d'air tend à retourner à sa position originale.

Dans ce cas N prend le nom de fréquence de Brunt-Väisälä et la période d'oscillation est :

$$\tau = \frac{2\pi}{N}$$

### 3.3.1 Critère de stabilité statique

Pour une parcelle d'air humide  $\gamma'_v = \Gamma_d \Rightarrow \gamma_v \gtrless \Gamma_d$

et

pour une parcelle d'air saturé  $\gamma'_v = \Gamma_s \Rightarrow \gamma_v \gtrless \Gamma_s$

où :  $>$  Cas instable

$=$  Cas neutre

$<$  Cas stable

Donc  $\gamma_v > \Gamma_d$  : Instabilité absolue

$\gamma_v = \Gamma_d$  : Cas neutre humide

$\Gamma_s < \gamma_v < \Gamma_d$  : Instabilité conditionnelle

$\gamma_v = \Gamma_s$  : Cas neutre saturé

$\gamma_v < \Gamma_s$  : Stabilité absolue

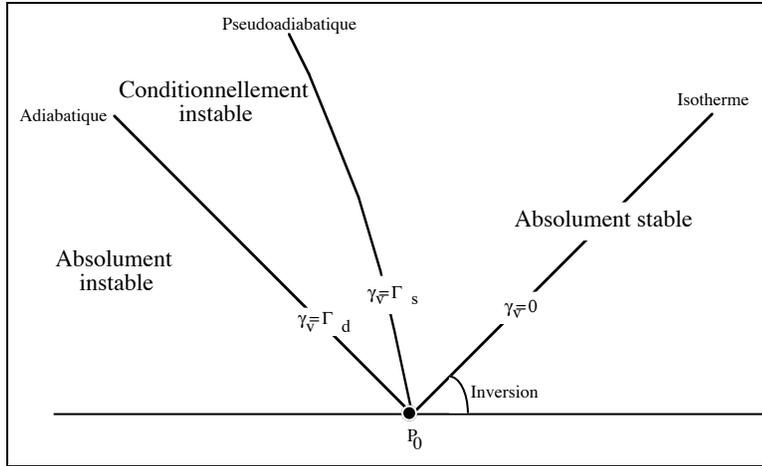


Fig 3.3

### 3.3.2 Instabilité latente

Nous avons jusqu'ici porté jugement sur la stabilité du profil de température  $T(z)$  de l'atmosphère en supposant un déplacement vertical infinitésimal uniquement. Même si le profil est stable sous ce rapport, il est utile d'envisager la notion lorsqu'un déplacement adiabatique fini est imposé à la parcelle d'air par un agent de l'environnement. (La convergence horizontale de l'air ou son soulèvement orographique constituent des mécanismes capables de forcer un déplacement vertical fini de la parcelle d'air.)

On considère de nouveau une parcelle d'air au niveau de pression  $p_0$  à l'équilibre avec l'environnement. On soulève de façon adiabatique cette parcelle en supposant que sa pression s'ajuste continuellement à celle de l'environnement. Dans un premier temps, l'état de la parcelle d'air suit une trajectoire adiabatique sèche jusqu'à saturation (niveau NCA) et emprunte ensuite une trajectoire pseudo adiabatique.

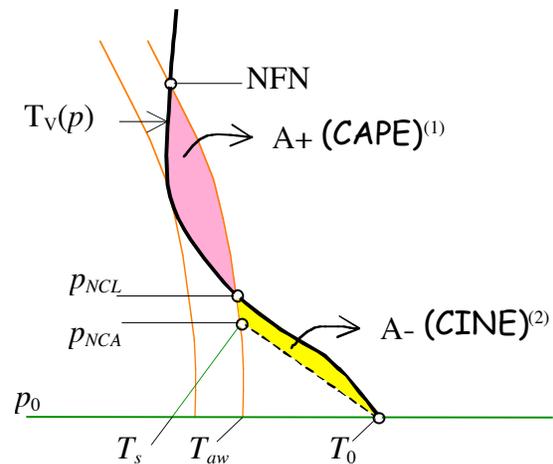


Fig 3.4

<sup>(1)</sup> CAPE : Convective Available Potential Energy - Énergie Convective Potentielle Disponible

<sup>(2)</sup> CINE : Convective Inhibition Energy - Énergie Convective d'Inhibition

La parcelle est originalement en équilibre stable. L'environnement doit effectuer un travail sur la parcelle pour réaliser le soulèvement. Le travail par unité de masse requis pour faire cela est représenté, dans la figure, par la surface hachurée notée  $A^-$  (*CINE*). C'est l'énergie que doit dépenser l'agent extérieur pour réaliser le soulèvement de la parcelle du niveau  $p_0$  au niveau de convection libre (**NCL**). De ce point, cependant, la parcelle se soulèverait d'elle-même et la surface hachurée  $A^+$  (*CAPE*) représente le travail positif fourni par la poussée nette vers le haut lorsque le NCL est atteint. Au départ, au niveau  $p_0$ , la parcelle appartenait à de l'air conditionnellement instable ( $\Gamma_d > \gamma_v > \Gamma_s$ ). On dit que cette instabilité conditionnelle est du type:

Latente réelle :	$CAPE > CINE$
Pseudo latente :	$CAPE < CINE$
Stable :	CAPE n'existe pas

L'instabilité latente est favorisée lorsque l'air est à température élevée et contient beaucoup d'humidité. Ces conditions se rencontrent plus souvent près du sol. En considérant de parcelles en provenance de divers niveaux successifs jusqu'au niveau où la parcelle possède une surface  $A^+ = 0$ , on définit l'épaisseur des couches qui dénotent de l'instabilité latente.

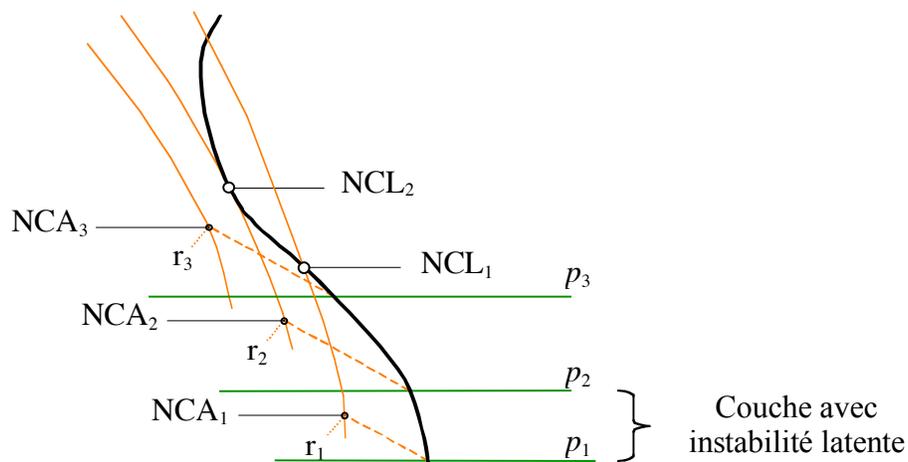


Fig. 3.5

Il est très utile de pointer la température adiabatique mouillée  $T_{aw}(p)$  dans un téphigramme avec  $T_v(p)$  pour déterminer cette couche. Par inspection du profil de  $T_{aw}$ , on trouve facilement la pseudo adiabatique  $\theta_{aw}$  juste tangente au profil de  $T_v(p)$  qui détermine la limite supérieure de la couche avec de l'instabilité latente.

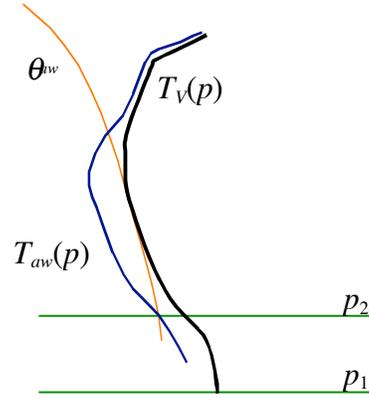


Fig. 3.6

### 3.3.2.1 Travail par unité de masse de la force de poussée

Considérons une parcelle d'air qui se déplace d'un point A à un point B.

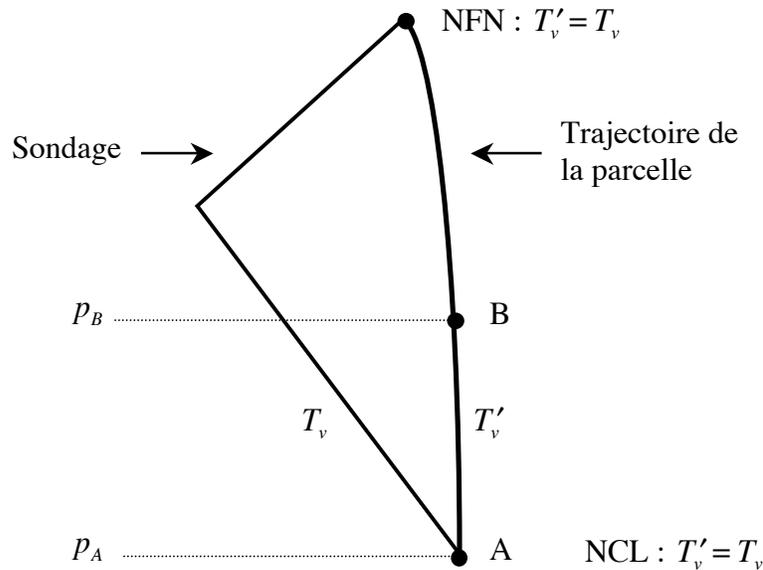


Fig. 3.7

Le travail par unité de masse que la force de poussée fait sur la parcelle se transforme en énergie cinétique :

$$w = \int_A^B \ddot{z} dz = \int_A^B \frac{d\dot{z}}{dt} dz = \int_A^B \dot{z} d\dot{z} = \frac{1}{2} (\dot{z}_B^2 - \dot{z}_A^2)$$

où  $\frac{1}{2} \dot{z}^2$  est l'énergie cinétique par unité de masse.

Ce travail est donné par

$$w = \int_A^B \ddot{z} dz = g \int_A^B \frac{\rho - \rho'}{\rho'} dz$$

Or, de l'équation hydrostatique

$$w = \int_A^B \frac{\rho - \rho'}{\rho \rho'} (-dp) = \int_A^B \left( \frac{1}{\rho'} - \frac{1}{\rho} \right) (-dp)$$

et puisque  $p = \rho' R_d T_v' = \rho R_d T_v$

$$w = R_d \int_A^B (T_v' - T_v) (-d \ln p)$$

où l'intégral représente la surface entre le sondage et la trajectoire de la parcelle d'air dans un Émagramme (coordonnées:  $-\ln p$  vs  $T$ ) :

$$w = R_d \left[ \sum \text{émag}' - \sum \text{émag} \right]$$

Or, puisque

$$R \sum \text{émag} = c_p \sum \text{tephi} ,$$

on a que

$$w = c_{pd} \left[ \sum \text{tephi}' - \sum \text{tephi} \right]$$

où le terme entre parenthèses représente la surface dans un téphigramme entre le sondage et la trajectoire suivie par la parcelle.

D'après les échelles graphiques dans le téphigramme d'Environnement Canada, le travail par unité de masse correspond à  $40,5 \text{ J kg}^{-1} \text{ cm}^{-2}$ . La chaleur spécifique à pression constante de l'air, est déjà incluse dans le facteur d'échelle.

### 3.4 Niveau de condensation par convection (NCC)

#### 3.4.1 Effets radiatifs

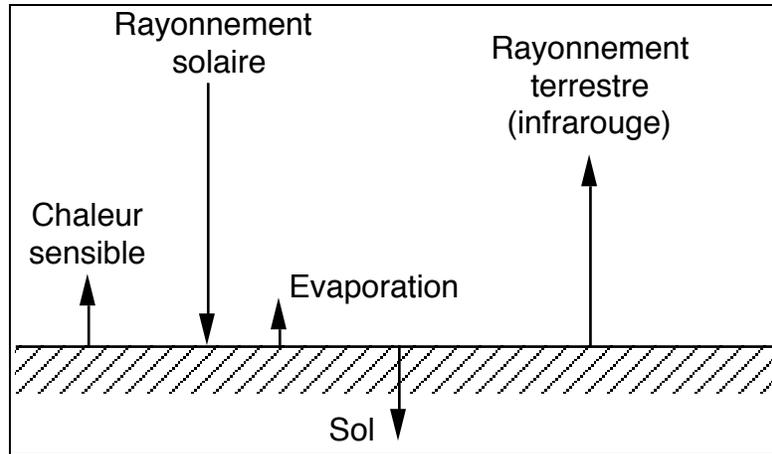


Fig. 3.4.1 Bilan radiatif le jour par ciel clair

Pendant le jour, la surface terrestre gagne de l'énergie par radiation car la radiation solaire absorbée excède la perte nette en radiation infrarouge. Ce gain d'énergie est dissipé de trois façons: en réchauffant le sol, en réchauffant l'air et par évaporation à la surface.

Supposons qu'une couche en surface est initialement caractérisée par un gradient thermique  $\gamma_i$ , lorsque les températures correspondantes sont  $T_1(p)$ . Considérons que, pendant la journée, le rayonnement solaire réchauffe la surface de telle sorte que la couche se retrouve par cet effet caractérisé par un gradient thermique  $\gamma_f$ , lorsque les températures correspondantes sont  $T_2(p)$ .

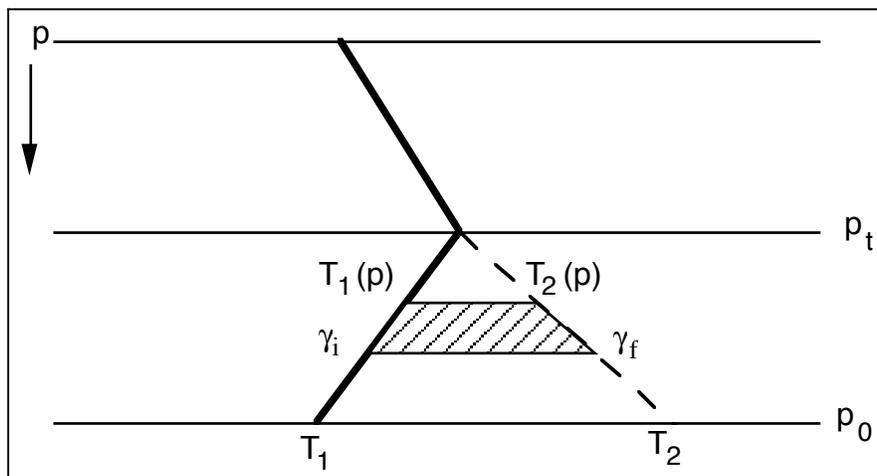


Fig. 3.4.2

Considérons une colonne d'air de surface unitaire. L'énergie radiative nécessaire pour passer de  $\gamma_i$  à  $\gamma_f$  (de  $T_1$  à  $T_2$ ) est donnée par :

$$\delta Q_r = c_p (T_2 - T_1) dm \quad ,$$

où  $dm$  est la masse d'air par unité de surface compris dans une épaisseur  $dz$ , d'où

$$dm = \rho dz = \rho \left( -\frac{dp}{\rho g} \right) = -\frac{1}{g} dp \quad .$$

De ces deux dernières relations,

$$\delta Q_r = -c_p (T_2 - T_1) \frac{dp}{g} = \frac{c_p p}{g} (T_2 - T_1) (-d \ln p) \quad ,$$

où  $d \sum \text{émag} = (T_2 - T_1) (-d \ln p)$  est la surface entre  $\gamma_f$  et  $\gamma_i$  dans un émagramme d'où

$$\delta Q_r = \frac{c_p}{g} p \, d \sum \text{émag} \quad .$$

Aussi, puisque

$$R \sum \text{émag} = c_p \sum \text{tephi} \quad ,$$

on obtient que

$$\delta Q_r = \frac{c_p}{gR} p (c_p \, d \sum \text{tephi}) \quad ,$$

d'où,

$$Q_r = \frac{c_p}{gR} \int_{p_0}^{p_1} p (c_p \, d \sum \text{tephi}) = \frac{c_p}{gR_d} \bar{p} (c_p \sum \text{tephi}) \quad ,$$

où  $\bar{p}$  représente le niveau de pression moyen de la surface considérée.

### 3.4.2 Détermination du NCC

Relativement aux phénomènes associés à la stabilité verticale, si on suppose qu'après que le sondage C a été établi, le sol se réchauffe par radiation, il se développe un gradient de

température excédent  $\Gamma_d$  près de la surface. La couche près du sol devient instable et un processus de mélange vertical s'amorce spontanément qui impose un profil adiabatique  $\theta = \text{cte}$  à la couche et donc, un gradient de température égal à  $\Gamma_d$ . Si le chauffage persiste, l'épaisseur de la couche sujette à ce mécanisme augmente et le profil de température près du sol correspond à des adiabatiques sèches de température potentielle de plus en plus élevée. Éventuellement, le sommet de cette couche de mélange atteint la saturation ( $r_s = \bar{r}$ ). La convection procède alors librement à partir du sol. Le niveau auquel s'amorce cette convection s'appelle "le niveau de condensation par convection" (NCC).

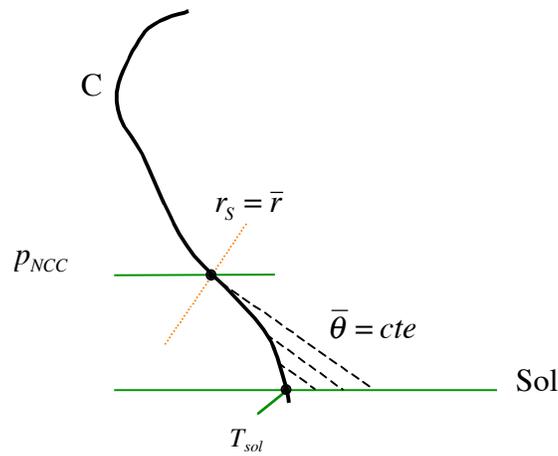
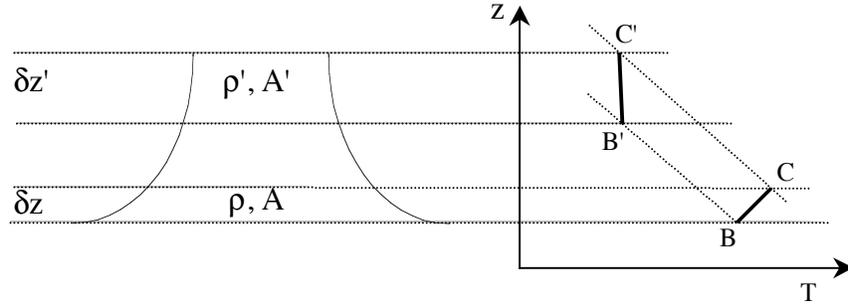


Fig. 3.4.3

### 3.5 Instabilité convective

Lorsqu'une couche d'air de grande étendue horizontale est soulevée de façon adiabatique, son gradient de température change et sa stabilité peut être affectée.

Supposons la couche initiale BC au niveau  $z$  d'épaisseur  $\delta z$  soulevée de façon adiabatique (B'C') au niveau  $z'$  acquérant une épaisseur  $\delta z'$  sans qu'il ne se produise de condensation dans la couche. La température  $\theta$  est constante le long de BB' et  $\theta + \delta\theta$  est aussi constante le long de CC'. La masse totale d'air est conservée durant l'ascension :



$$\left. \begin{aligned} \rho A \delta z &= \rho' A' \delta z' \\ \frac{\delta z'}{\delta z} &= \frac{\rho A}{\rho' A'} = \frac{p T_v A}{p' T_v A'} \end{aligned} \right\} \text{Conservation de la masse}$$

$$\frac{\delta \theta_v}{\delta z} = \frac{\delta \theta_v}{\delta z'} \frac{\delta z'}{\delta z} = \frac{\delta \theta_v}{\delta z'} \frac{p T_v A}{p' T_v A'} \quad (1)$$

Or :

$$\frac{1}{\theta_v} \frac{\delta \theta_v}{\delta z} = \frac{1}{T_v} \frac{\delta T_v}{\delta z} - \frac{\chi_d}{p} \frac{\delta p}{\delta z} = \frac{1}{T_v} \frac{\delta T_v}{\delta z} + \frac{\chi_d \rho g}{p} \leftarrow \begin{cases} \text{Eq. de Poisson} \\ + \\ \text{Eq. hydrostatique} \end{cases}$$

$$= \frac{1}{T_v} \frac{\delta T_v}{\delta z} + \frac{\chi_d g}{R_d T_v} = \frac{1}{T_v} \left( \frac{\delta T_v}{\delta z} + \Gamma_d \right)$$

$$\frac{\delta \theta_v}{\delta z} = \frac{\theta_v}{T_v} (\Gamma_d - \gamma_v) \text{ et de même } \frac{\delta \theta_v}{\delta z'} = \frac{\theta_v}{T_v'} (\Gamma_d - \gamma_v') \quad (2)$$

où  $\gamma_v, \gamma_v'$  sont les gradients de température BC et B'C'. D'où

$$\left. \begin{aligned} (1) \\ + \\ (2) \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{\theta_v}{T_v} (\Gamma_d - \gamma_v) = \frac{\theta_v}{T_v'} (\Gamma_d - \gamma_v') \frac{p T_v A}{p' T_v A'}$$

i.e.,

$$\gamma_v' = \Gamma_d - \frac{p' A'}{p A} (\Gamma_d - \gamma_v)$$

ou

$$\gamma_v' = \gamma_v + (\Gamma_d - \gamma_v) \left[ 1 - \frac{p' A'}{p A} \right]$$

Si  $\gamma_v = \Gamma_d$  alors  $\gamma_v' = \gamma_v$ , le profil est conservé.

Si  $\gamma_v < \Gamma_d$  (stable), alors :  $\left\{ \begin{aligned} \downarrow (p' / p > 1); \leftarrow (A' / A > 1) \Rightarrow \gamma_v' < \gamma_v : \text{Plus stable} \\ \uparrow (p' / p < 1); \rightarrow (A' / A < 1) \Rightarrow \gamma_v' > \gamma_v : \text{Moins stable} \end{aligned} \right.$

Si  $\gamma_v > \Gamma_d$  (instable), alors  $\gamma_v' < \gamma_v$  (moins instable); ce dernier cas est académique, cependant.

### 3.5.1 Représentation dans un téphigramme

Conservation de la masse:  $\rho A \delta z = \rho' A' \delta z'$

$$\rho g A \delta z = \rho' g A' \delta z'$$

$$A \delta p = A' \delta p'$$

Or, an pratique,  $A \cong A'$ , d'où:

$$\delta p \cong \delta p'$$

#### 3.5.1.1 Air sec

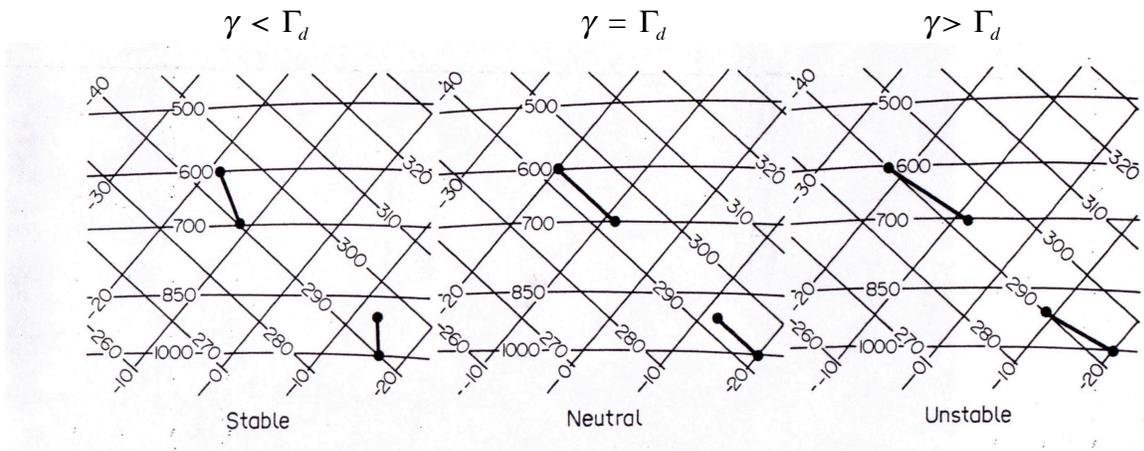


Fig. 3.10

#### 3.5.1.2 Air qui devient saturé

S'il y a condensation dans la couche durant l'ascension, alors, c'est  $\theta_w$  qui se conserve aux différents niveaux. On distingue les trois cas illustrés ci-dessous :

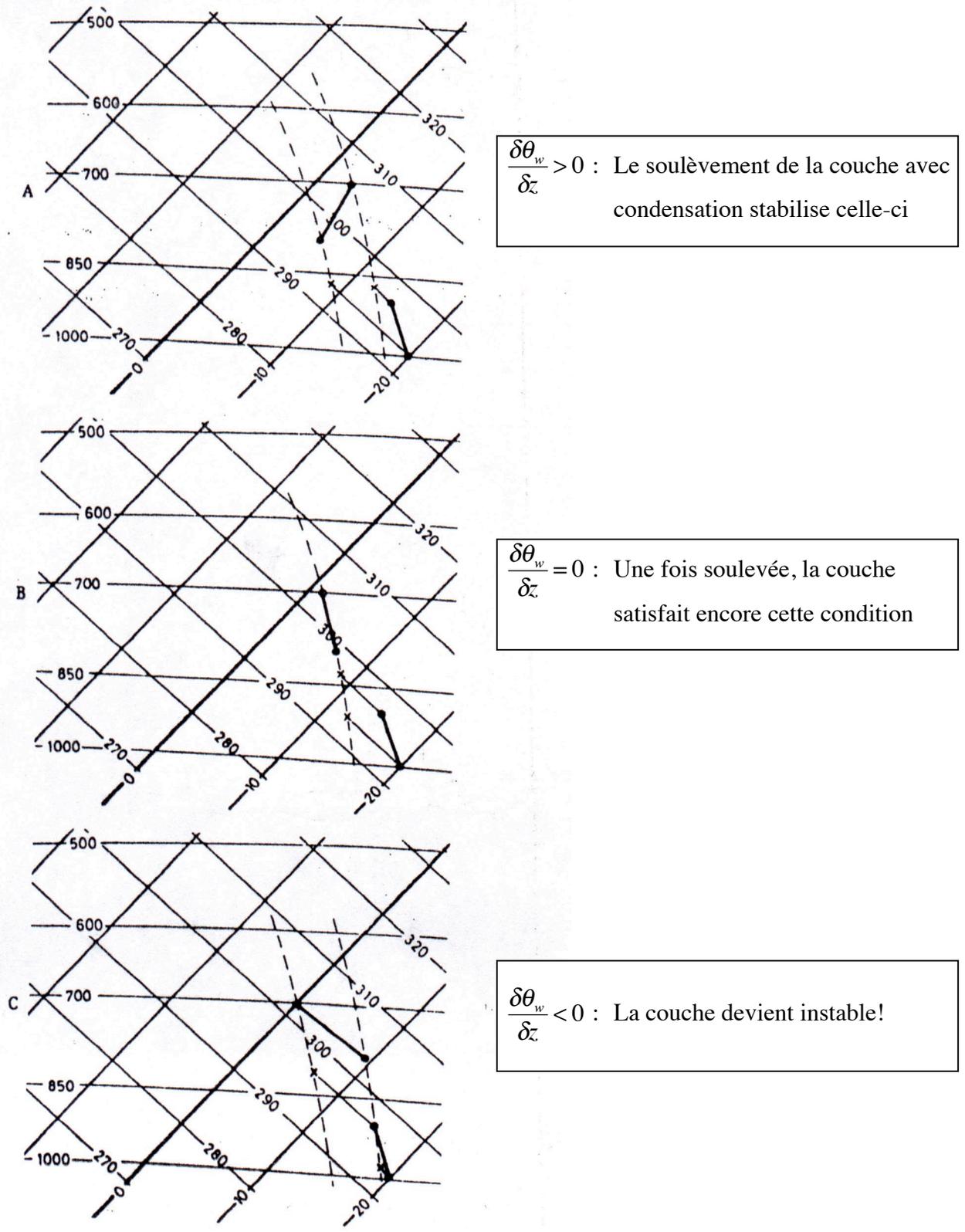


Fig. 3.11

#### 4. TAUX DE PRÉCIPITATION MAXIMUM

Considérons maintenant une parcelle d'air ascendante saturée. Durant le soulèvement de la masse d'air, de la vapeur d'eau est condensée en eau liquide. Si on s'imagine que toute l'eau condensée contribue à produire de la précipitation, on est en mesure d'estimer le taux maximum de précipitation possible.

Suivant un processus pseudoadiabatique, on a que pour  $\ell_v \cong cte$

$$(c_{pd} + r_w c_w) d \ln T - R_d d \ln p + \ell_v d \left( \frac{r_w}{T} \right) \cong 0 .$$

Or 
$$d \left( \frac{r_w}{T} \right) = \frac{dr_w}{T} - \frac{r_w}{T^2} dT ,$$

$$\Rightarrow \left[ c_{pd} + \left( c_w - \frac{\ell_v}{T} \right) r_w \right] \frac{dT}{T} - R_d \frac{dp}{p} + \frac{\ell_v}{T} dr_w \cong 0 ,$$

$$c_{pd} \frac{dT}{T} - R_d \frac{dp}{p} + \frac{\ell_v}{T} dr_w \cong 0 .$$

De l'équation des gaz idéaux et hydrostatique on a que 
$$R_d \frac{dp}{p} = \frac{dp}{\rho T} = -\frac{g}{T} dz ,$$

$$\Rightarrow c_{pd} dT + g dz + \ell_v dr_w \cong 0 ; \quad \Rightarrow c_{pd} \frac{dT}{dz} + \ell_v \frac{dr_w}{dz} + g \cong 0 .$$

Avec,  $\Gamma_d = g/c_{pd}$  et  $\Gamma_s = -dT/dz$ , on obtient : 
$$-\Gamma_s + \frac{\ell_v}{c_{pd}} \frac{dr_w}{dz} + \Gamma_d \cong 0 ,$$

d'où 
$$\boxed{-\frac{dr_w}{dz} = -(\Gamma_s - \Gamma_d) \frac{c_{pd}}{\ell_v}} . \quad \left( \begin{array}{l} \text{Quantité d'eau condensée} \\ \text{par km d'ascension} \end{array} \right)$$

De plus 
$$\frac{dr_w}{dz} = \frac{dr_w}{dt} \frac{dt}{dz} = \frac{1}{w} \frac{dr_w}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{w} \frac{dr_w}{dt} = \frac{c_{pd}}{\ell_v} (\Gamma_s - \Gamma_d) ,$$

où  $w$  représente la vitesse verticale de la masse d'air. Ainsi que,,

$$\boxed{-\frac{dr_w}{dt} = \frac{w c_{pd}}{\ell_v} (\Gamma_d - \Gamma_s)} .$$

Le taux de précipitation  $R$  est défini par la quantité d'eau qui tombe par unité de temps et unité de surface. Considérant que toute l'eau condensée est éventuellement transformée en précipitation, on peut écrire que

$$R(\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}) = -\delta m \frac{dr_w}{dt} = \delta m \frac{w c_{pd}}{\ell_v} (\Gamma_d - \Gamma_s) = \rho \frac{w c_{pd}}{\ell_v} (\Gamma_d - \Gamma_s) \delta z$$

où  $\delta m = \rho \delta z$  est la masse d'air par unité de surface dans une couche de nuage d'épaisseur  $\delta z$ . La masse de précipitation par unité de surface peut être exprimée en terme d'épaisseur d'eau en mm. Puisque la densité de l'eau est  $10^3 \text{ kg m}^{-3}$ , on trouve que  $1 \text{ kg m}^{-2}$  d'eau de pluie représente une épaisseur de 1 mm. Le taux de précipitation est ainsi souvent représenté en mm/h:

$$R(\text{mm h}^{-1}) = 3600 \rho \frac{w c_{pd}}{\ell_v} (\Gamma_d - \Gamma_s) \delta z = 3600 \frac{c_{pd}}{\ell_v g} (\Gamma_s - \Gamma_d) w \delta p$$

où toutes les quantités sont exprimées dans les unités MKS.

Pour un nuage entier, on intègre cette relation de la base (NCA) au sommet du nuage ( $\sim$ NFN) :

$$R = - \int_{\text{nuage}} \frac{dr_w}{dt} dm = \int_{\text{nuage}} \frac{dr_w}{dt} \frac{dp}{g}$$

↑  
 $dm = \rho dz = -dp/g$

Or :

$$\left. \begin{aligned} ds_d &= c_{pd} d \ln T - R_d d \ln p_d \\ c_{pd} \frac{dT}{T} - R_d \frac{dp}{p} + \frac{\ell_v}{T} dr_w &\equiv 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow -\frac{dr_w}{dt} = \frac{T}{\ell_v} \frac{ds_d}{dt}$$

Le long d'une pseudoadiabatique on a que  $\frac{ds_d}{dt} = \left( \frac{\partial s_d}{\partial p} \right)_{\theta_w} \frac{dp}{dt}$ .

D'où :

$$R = - \int_{\text{nuage}} \frac{T}{g \ell_v} \frac{dp}{dt} \left( \frac{\partial s_d}{\partial p} \right)_{\theta_w} dp \equiv \sum \frac{T}{g \ell_v} \left( \frac{dp}{dt} \right) (\Delta s_d)_{\theta_w}$$

↑  
 $-g \rho w$

## 5. EFFETS RADIATIFS SUR LES NUAGES

### 5.1 Brouillard

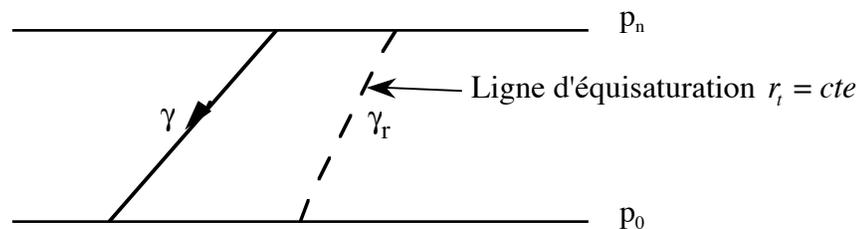
Une fois le brouillard formé par refroidissement radiatif, il tend à devenir plus dense car, agissant comme un corps noir il se met à émettre de la radiation infrarouge. La majeure partie du refroidissement s'effectue au sommet du brouillard. Par cet effet, la densité du brouillard se trouve grandement augmentée dans les niveaux supérieurs. Après la levée du soleil, la visibilité peut continuer à diminuer puisque le brouillard réfléchit en grande partie le rayonnement solaire. Cependant, grâce au rayonnement solaire, le sol se réchauffe et tend ainsi à dissiper le brouillard. Initialement, le brouillard se dissipe alors dans les niveaux près du sol, pour finalement se dissiper complètement par les effets du réchauffement et du mélange entre les niveaux inférieurs et supérieurs du brouillard.

### 5.2 Nuages

Puisque les sommets des nuages agissent comme des corps noirs (émission de radiations infrarouges), les refroidissements résultant ont pour effet d'augmenter la densité des nuages aux sommets de ceux-ci (effet brouillard). Pour les petits nuages, le refroidissement radiatif peut causer la dissipation complète du nuage. Le taux de refroidissement d'un petit nuage peut excéder le taux de refroidissement de l'air, et ainsi produire la descente du nuage vers des niveaux plus bas. Ce processus peut produire l'évaporation complète de l'eau liquide du nuage. Considérons les cas suivants:

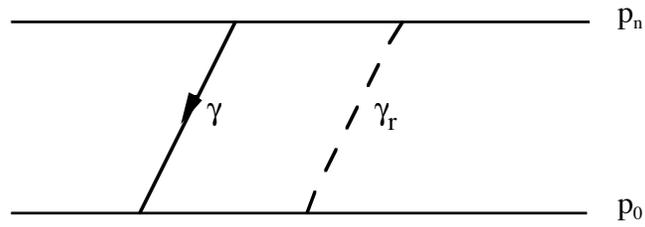
$$\text{Pendant la descente : } r_w + q_L = r_t = \text{cte}$$

i)  $\gamma < \gamma_r$



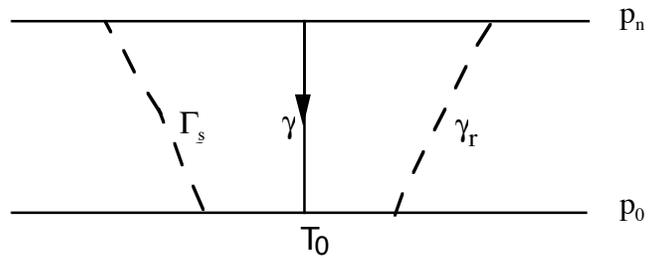
Pendant la descente du nuage,  $r_w$  diminue donc  $q_L$  augmente.

ii)  $\gamma = \gamma_r$



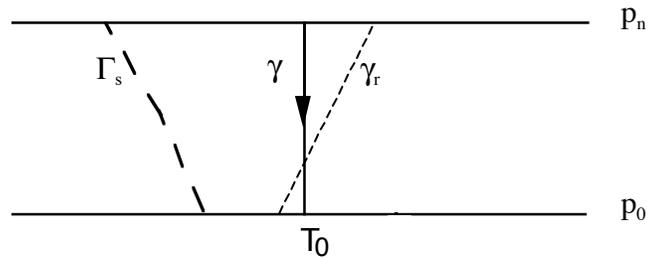
Durant la descente  $r_w = \text{cte}$  et alors  $q_L = \text{cte}$

iii)  $\Gamma_s > \gamma > \gamma_r$  avec  $r_w(T_0) < r_t$



Puisque  $r_w$  augmente,  $q_L$  diminue durant la descente

iv)  $\Gamma_s > \gamma > \gamma_r$  avec  $r_w(T_0) > r_t$



Dans ce cas, le nuage se dissipe avant d'arriver au sol (dissipation nocturne).

## 6. MODIFICATION À LA THÉORIE ÉLÉMENTAIRE DE LA PARCELLE D'AIR

### 6.1 Effet de la subsidence de l'environnement sur la stabilité

Jusqu'à présent nous avons considéré, lors du soulèvement de parcelles d'air, que l'environnement n'était pas affecté. Cependant, lorsque les masses d'air en ascension occupent une fraction appréciable de la surface totale, on doit tenir compte des mouvements compensatoires de l'environnement. C'est-à-dire que l'ascension des masses d'air doit être compensé par un mouvement descendant de l'environnement. Nous allons maintenant regarder comment cette subsidence peut affecter la stabilité du milieu.

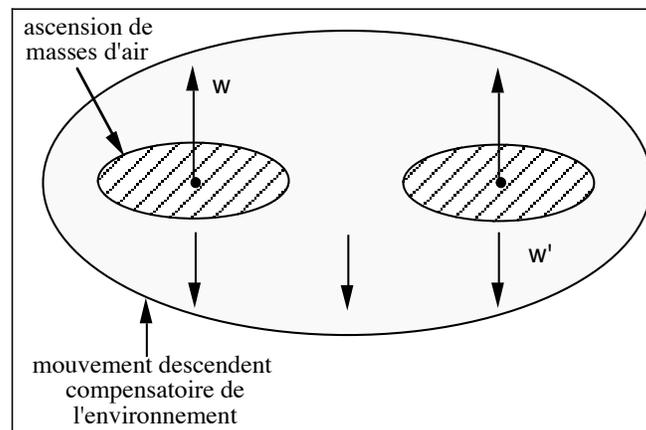


Fig. 4.1

Considérons un niveau au-dessus duquel on retrouve un certain nombre de masses d'air qui se soulèvent avec une vitesse verticale  $w$ . La surface couverte par ces masses d'air est représentée par  $A$  et celle couverte par le mouvement descendant  $w'$  de l'environnement est représentée par  $A'$ .

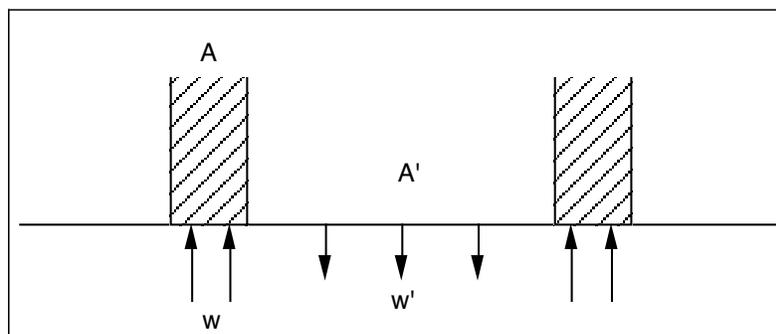


Fig. 4.2

Considérons, pour un intervalle de temps  $\delta t$ , que les déplacements de l'air ascendant et descendant sont donnés respectivement par  $\delta z$  et  $\delta z'$ . Par continuité de la masse, on a que

$$\delta m = \delta m' \quad ,$$

où

$$\delta m = \rho A \delta z = \rho A (w \delta t) \quad ,$$

$$\delta m' = \rho' A' \delta z' = \rho' A' (w' \delta t) \quad .$$

Ainsi,

$$\frac{\delta m}{\delta m'} = \frac{\rho A w \delta t}{\rho' A' w' \delta t} = \frac{\rho A \delta z}{\rho' A' \delta z'} = 1 \quad . \leftarrow \text{Conservation de la masse}$$

Avec  $\rho/\rho' = T_v'/T_v \approx 1$ , on trouve que

$$\frac{A}{A'} \cong \frac{w'}{w} = \frac{\delta z'}{\delta z} \quad . \tag{4.1}$$

Les conditions de stabilité seront définies par la valeur de l'accélération  $\ddot{z}$  acquise par l'air ascendant (comme dans le cas sans subsidence de l'environnement). Il suffit alors d'évaluer  $\Delta T_v = T_{fv} - T'_{fv}$  obtenue à un niveau  $z_0$ , après un intervalle de temps  $\delta t$ , lorsque l'air ascendant subit un déplacement  $\delta z$  et que l'air descendant subit un déplacement  $\delta z'$ .  $\gamma_v$  représente le gradient thermique initial (au temps  $t - \delta t$ ) de l'atmosphère au niveau  $z_0$ ,  $\Gamma_v$  et  $\Gamma'_v$  représentent respectivement le gradient thermique suivi par l'air ascendant et l'air descendant durant l'intervalle de temps  $\delta t$ .

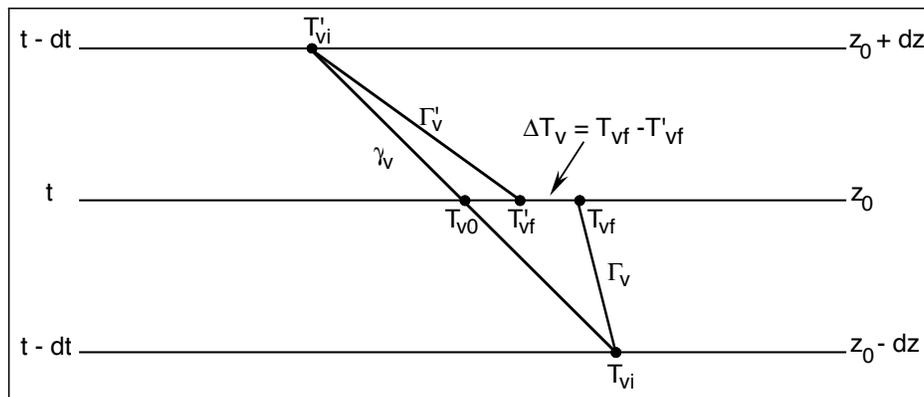


Fig. 4.3

Ainsi,

$$T_{vf} = T_{vi} - \Gamma_v \delta z \quad T'_{vf} = T'_{vi} + \Gamma'_v \delta z'$$

d'où

$$\Delta T_v = T_{vf} - T'_{vf} = (T_{vi} - T'_{vi}) - \Gamma_v \delta z - \Gamma'_v \delta z' \quad (4.2)$$

Aussi,

$$T_{v0} = T_{vi} - \gamma_v \delta z \quad T_{v0} = T'_{vi} + \gamma_v \delta z'$$

d'où,

$$(T_{vi} - T'_{vi}) - \gamma_v \delta z - \gamma_v \delta z' = 0$$

$$\Rightarrow (T_{vi} - T'_{vi}) = \gamma_v (\delta z + \delta z') \quad (4.3)$$

De (4.2) et (4.3), on a que

$$\Delta T_v = \gamma_v (\delta z + \delta z') - \Gamma_v \delta z - \Gamma'_v \delta z' = (\gamma_v - \Gamma_v) \delta z + (\gamma_v - \Gamma'_v) \delta z'$$

$$\Rightarrow \Delta T_v = \left[ (\gamma_v - \Gamma_v) - (\Gamma'_v - \gamma_v) \frac{\delta z'}{\delta z} \right] \delta z .$$

Finalement de la relation (4.1), on obtient que

$$\Delta T_v \approx \left[ (\gamma_v - \Gamma_v) - (\Gamma'_v - \gamma_v) \frac{A}{A'} \right] \delta z . \quad (4.4)$$

Puisque  $\Delta T_v$  est un critère de stabilité, on trouve que

$$\Delta T_v > 0 \Leftrightarrow (\gamma_v - \Gamma_v) A' > (\Gamma'_v - \gamma_v) A \quad \text{INSTABLE}$$

$$\Delta T_v = 0 \Leftrightarrow (\gamma_v - \Gamma_v) A' = (\Gamma'_v - \gamma_v) A \quad \text{NEUTRE}$$

$$\Delta T_v < 0 \Leftrightarrow (\gamma_v - \Gamma_v) A' < (\Gamma'_v - \gamma_v) A \quad \text{STABLE}$$

**Exemples:**

- i) Considérons le cas où  $\Gamma_s < \gamma < \Gamma_d$  (conditionnellement instable) avec  $\Gamma_v = \Gamma_s$  et  $\Gamma_v' = \Gamma_d$ . De la relation (4.4),

$$\Delta T_v = \left[ (\gamma - \Gamma_s) - (\Gamma_d - \gamma) \frac{A}{A'} \right] dz$$

Pour obtenir de l'instabilité, il faut que

$$(\gamma - \Gamma_s) > (\Gamma_d - \gamma) \frac{A}{A'}$$

Les deux termes de l'inégalité sont positifs. Ainsi, l'état de stabilité dépend du rapport  $A/A' = w'/w$ . On présente un cas instable ( $\Delta T_v > 0$ ) et un cas stable ( $\Delta T_v < 0$ ).

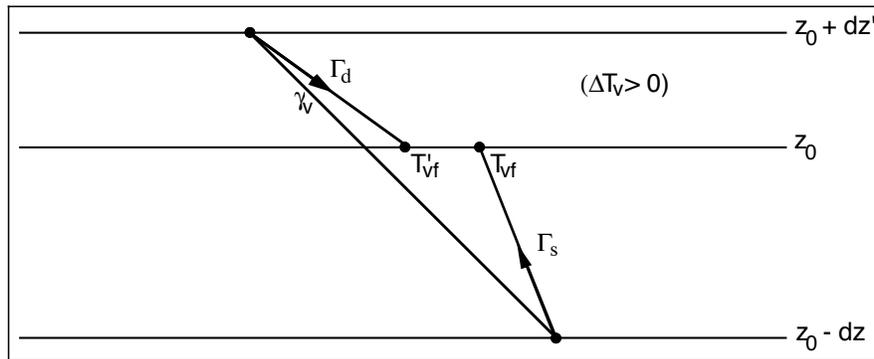


Fig. 4.4

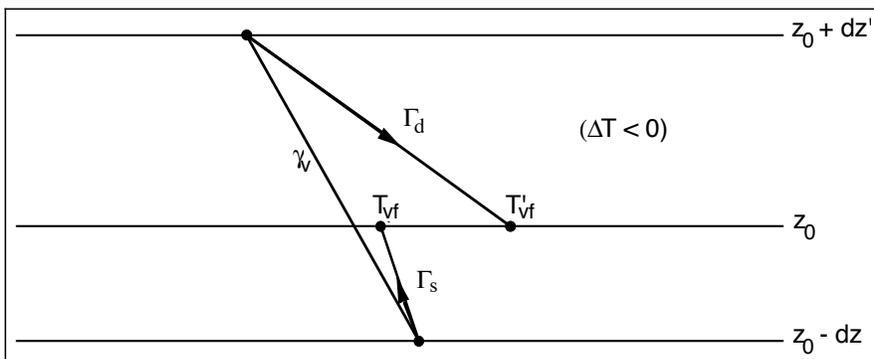


Fig. 4.5

- ii) Considérons le cas où  $\gamma_v > \Gamma_d$  (absolument instable) avec  $\Gamma_v = \Gamma_s$  et  $\Gamma'_v = \Gamma_d$ . Pour obtenir de l'instabilité, il faut que

$$(\gamma_v - \Gamma_s) > (\Gamma_d - \gamma_v) \frac{A}{A'}$$

Ce qui est toujours vérifié. L'instabilité ne dépend pas du rapport  $A/A' = w'/w$  cette fois ci. Dans le cas illustré ici, de par la grande valeur de  $\Delta T'_v$ , l'instabilité est devenue plus prononcée par l'effet de la subsidence.

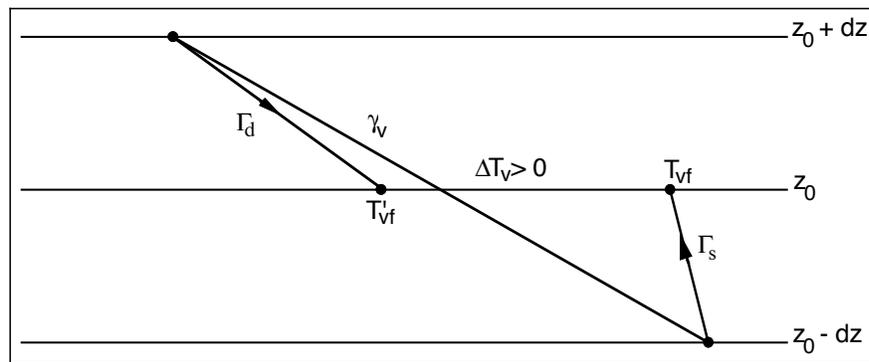


Fig. 4.6

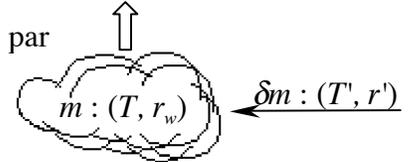
## 6.2 Entraînement

Dans l'analyse des déplacements verticaux des parcelles d'air, on a supposé qu'il n'y avait aucun mélange entre la parcelle et l'air ambiant. Dans le cas où les mélanges turbulents seraient très actifs, cette hypothèse ne peut être appliquée. En ignorant les mélanges turbulents d'importance considérable, on surévalue la différence de température entre la parcelle et l'environnement et l'énergie cinétique acquise par la parcelle saturée.

Lorsqu'un élément d'air ascendant se mélange avec l'air ambiant, l'air étant généralement plus froid et plus sec que l'élément ascendant, le mélange tend à réduire l'accélération et à diminuer son rapport de mélange. Ce type de mélange est appelé entraînement. Nous allons maintenant déterminer, à partir des effets thermodynamiques, le gradient thermique suivi par un élément d'air ascendant lorsque l'entraînement est pris en considération.

Considérons une masse nuageuse  $m$ , qui contient de l'air sec, de la vapeur d'eau et de l'eau condensée. Supposons aussi que durant une ascension  $\delta z$  une masse  $\delta m$  d'air ambiant est entraîné. Si la température de la masse nuageuse est  $T$  et que celle de l'air ambiant est  $T'$ , on exprime la quantité de chaleur requise pour réchauffer l'air entraîné par

$$\delta Q_1 = c_{pd} (T - T') \delta m ,$$



De plus, de l'eau condensée de la masse nuageuse évapore afin de saturer l'air incorporé. La chaleur requise pour l'évaporation est donnée par

$$\delta Q_2 = \ell_v (r_w - r') \delta m ,$$

où  $r'$  est le rapport de mélange de l'air entraîné. Durant l'ascension de la masse nuageuse il y a de la condensation qui se produit. La quantité de chaleur dégagée durant cette condensation est donnée par

$$\delta Q_3 = -m \ell_v dr_w .$$

Ainsi, durant le processus, la masse nuageuse perd une quantité  $(\delta Q_1 + \delta Q_2)$  de chaleur et gagne une quantité  $\delta Q_3$ . Du premier principe de thermodynamique, on obtient que

$$\delta Q = -(\delta Q_1 + \delta Q_2) + \delta Q_3 = m c_{pd} dT - m \alpha dp$$

d'où

$$-c_{pd}(T - T') \frac{dm}{m} - \ell_v (r_w - r') \frac{dm}{m} - \ell_v dr_w = c_{pd} dT - \frac{R_d T}{p} dp$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{dz} = - \left[ (T - T') + \frac{\ell_v}{c_{pd}} (r_w - r') \right] \frac{1}{m} \frac{dm}{dz} - \frac{\ell_v}{c_{pd}} \frac{dr_w}{dz} + \frac{R_d T}{c_{pd}} \frac{dp}{dz}$$

On peut montrer que (Eq. hydrostatique et C.C.)

$$\Gamma_e = - \frac{dT}{dz} = \frac{\frac{g}{c_{pd}} \left[ 1 + \frac{\ell_v r_w}{R_d T} \right] + \frac{\mu}{m} \frac{dm}{dz} \left[ (T - T') + \frac{\ell_v}{c_{pd}} (r_w - r') \right]}{1 + \frac{\ell_v^2 r_w}{R_v c_{pd} T^2}}$$

où  $\Gamma_e$  représente le gradient thermique du soulèvement d'une masse nuageuse dont l'entraînement est pris en considération.  $\Gamma_e$  peut être aussi représenté en terme de  $\Gamma_s$  par,

$$\Gamma_e = \Gamma_s + \frac{\mu \left[ (T - T') + \frac{\ell_v}{c_{pd}} (r_w - r') \right]}{1 + \frac{\ell_v^2 r_w}{R_v c_{pd} T^2}} \quad (5.1)$$

où le coefficient d'entraînement  $\mu$  est défini par

$$\mu \equiv \frac{1}{m} \frac{dm}{dz}$$

On remarque de la relation (5.1) que:

- i) S'il n'y a pas d'entraînement ( $\delta m = 0$ ), le gradient thermique  $\Gamma_e = \Gamma_s$ . La masse nuageuse se soulève selon une pseudoadiabatique.
- ii)  $\Gamma_e > \Gamma_s$ . Ainsi, la différence de température  $\Delta T_v$  entre la masse nuageuse avec entraînement et l'air ambiant est moindre que dans le cas d'un soulèvement pseudoadiabatique.
- iii) Puisque  $\mu = (1/m)(dm/dz)$ , plus la masse nuageuse est petite plus l'effet de l'entraînement est important.



### 6.3 Effet de l'eau condensée sur la stabilité d'une parcelle d'air

Un nuage ou un brouillard sont constitués d'un mélange de deux (ou trois) phases distinctes : de l'air humide, des gouttes d'eau et éventuellement des cristaux de glace. Or les phases condensées ont une réponse dynamique différente de celle du fluide qui les entoure.

L'équation qui décrit le mouvement de la goutte  $i$  dans la parcelle est donnée par la deuxième loi de Newton :

$$m_i \frac{dv_i}{dt} = -m_i g + f_{di}$$

où  $m_i$  est la masse de la goutte,  $v_i$  sa vitesse de chute,  $g$  l'accélération de gravité, et  $f_{di}$  est la force de frottement que l'air exerce sur la goutte. Lorsque la goutte atteint la vitesse limite de chute, son accélération est nulle et

$$f_{di} = m_i g .$$

Le mouvement de l'air humide de la parcelle nuageuse est aussi établi par la deuxième loi de Newton

$$\rho'_a V \frac{dw}{dt} = \rho_a V g - \rho'_a V g - F_d \quad (1)$$

où  $\rho'_a$  est la densité de la parcelle,  $V$  son volume,  $w$  sa vitesse,  $\rho_a$  est la densité de l'air de l'environnement, et  $F_d$  est la force de friction totale exercée par toutes les gouttes. Appliquant le principe d'action et réaction,  $F_d$  est égal à la somme des  $f_{di}$  étendue à la population de gouttes

$$F_d = \sum_i f_{di} ,$$

et lorsqu'elles chutent à vitesse terminale on obtient

$$F_d = g \sum_i m_i . \quad (2)$$

Des équations (1) et (2) nous pouvons alors écrire

$$\frac{dw}{dt} = \left( \frac{\rho_a}{\rho'_a} - 1 \right) g - \frac{g \sum_i m_i}{\rho'_a V},$$

et de la définition du contenu en eau liquide  $q_L = \frac{m_w}{m_a} = \frac{\sum_i m_i}{\rho'_a V}$  nous avons que

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dw}{dt} = \left( \frac{T'_v}{T_v} - 1 \right) g - q_L g} \quad (3)$$

où  $T'_v$  est la température virtuelle de la parcelle, et  $T_v$  est la température virtuelle de l'environnement.

Il est pratique courante modifier la définition de température virtuelle pour tenir compte de la présence de la phase condensée dans la parcelle d'air. Pour cela on pose que

$$\frac{dw}{dt} = \left( \frac{T^c}{T_v} - 1 \right) g = \left( \frac{T'_v}{T_v} - 1 \right) g - q_L g$$

d'où on a que

$$\boxed{T^c = T(1 + 0.608 q - q_L)}. \quad (4)$$

Dans la littérature, les expressions (3) et (4) sont déduites en considérant que la parcelle d'air se comporte comme un système fermé dans lequel l'air sec, la vapeur d'eau et les gouttes en chute se déplacent solidairement. Par conséquent on considère dans l'équation de mouvement de la parcelle d'air que le poids de l'eau condensée exerce une force dirigée vers le bas. Or on sait que les gouttes sont en chute permanente par rapport à l'air et c'est par le biais de la friction qu'elles s'opposent à son mouvement. Il appert que, seulement si toutes les gouttes sont à leur vitesse limite (accélération inertielle nulle), la résultante des forces de frottement entre les gouttes et l'air est égale au poids de l'eau condensée. Il semble raisonnable de supposer que les gouttes chutent de façon générale à leur vitesse limite. Cependant, lors de fort cisaillement de la vitesse de l'air, on devrait se questionner sur la validité de cette hypothèse.