

TP#5

L'eau dans l'atmosphère

Consultez le document TableDeConstantesPhy.pdf et les notes de cours au besoin pour résoudre les exercices.

L'eau dans l'atmosphère (Cours 03.1 : voir toutes les formules en annexe).

Exercice 5.1 : Une parcelle d'air à 25°C contient 10 grammes de vapeur d'eau par kilogramme d'air humide. La pression totale est égale à 10^5 Pa.

- Quelle est l'humidité spécifique de l'air ? **Rép : 10 g kg^{-1}**
- Quelle est l'humidité relative de l'air ? **Rép : 50,4 %**
- Quelle est sa température du point de rosée ? **Rép : $\sim 14^\circ\text{C}$**
- Quel est son rapport de mélange ? **Rép : $10,1 \text{ g kg}^{-1}$**
- Quelle est sa température virtuelle ? **Rép : 27°C**
- Si la température du thermomètre mouillé est égale à 18°C, combien d'eau doit être évaporée dans un kilogramme de cet air, sans changement de pression et sans échange de chaleur, pour que l'humidité relative soit 100% (pour qu'il soit saturé) ? **Rép : 3 g**
- Si la température diminue de 5°C, quelle sera la nouvelle humidité relative de la parcelle d'air ? **Rép : 68,4 %**
- De combien devrait diminuer la température pour que l'humidité relative soit de 100% ? **Rép : 11°C**

Exercice 5.2 : De l'air humide, qui se trouve dans un état initial caractérisé par sa température $T_1 = 18^\circ\text{C}$, sa pression $p_1 = 100 \text{ kPa}$ et son humidité relative $HR = 80 \%$, est refroidi à pression constante et sans échange de matière avec le milieu extérieur jusqu'à la température de 4°C.

- À partir de quelle température un brouillard commence-t-il à se former ? **Réponse : $14,5^\circ\text{C}$**
- Comment nomme-t-on la température trouvée en a) ?
- Quelle est la production d'eau liquide par kg d'air sec ? **Réponse : $5,2 \text{ g/kg}$**
- Quelle est la production d'eau liquide par kg d'air humide ? **Réponse : $5,1 \text{ g/kg}$**
- Quelle quantité de chaleur a été échangée avec l'environnement pour chaque kilogramme d'air humide ? Négligez les variations de la capacité calorifique massique de l'air humide en fonction du contenu en vapeur d'eau. **Réponse : -27070 J/kg**

Bibliographie

Iribarne, J. V. and W. L. Godson, 1973 : *Atmospheric Thermodynamics*. D. Reidel Publishing Company.
Monteiro, Eva, 2018 : Cours SCA2626 : presentations ppt
Wallace J. M. and P. V. Hobbs, 1977 : *Atmospheric Science : an introduction survey*

Annexe

Équations de Clausius Calpeyron

$$\text{Équilibre entre l'eau liquide et la vapeur d'eau : } e_w \cong e_w(T_0) \exp\left\{\frac{\ell_v}{R_v}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)\right\}$$

$$\text{Équilibre entre l'eau solide (glace) et la vapeur : } e_i \cong e_i(T_0) \exp\left\{\frac{\ell_s}{R_v}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)\right\}$$

Voir tableau xxxx

Équation des gaz parfaits

$$\text{Générale : } p \cdot V = n \cdot R^* \cdot T ;$$

$$\text{Autres formes de l'équation des gaz parfaits : } p \cdot V = n \cdot R^* \cdot T = \frac{m}{M} \cdot R^* \cdot T = m \cdot R \cdot T$$

$$n = \frac{m}{M} \quad \text{et} \quad R = \frac{R^*}{M}$$

$$\frac{pV = m \cdot R \cdot T}{m} \Rightarrow p \cdot \alpha = R \cdot T$$

$$\frac{p \cdot V = m \cdot R \cdot T}{V} \Rightarrow p = \rho \cdot R \cdot T$$

p : *pression*, [Pa]

V : *volume*, [m³]

T : *temperature* [K]

m : *masse* [kg]

M : *masse molaire* [kg · mol⁻¹]

$n = m/M$: *nombre de moles* [mol]

R^* : *constante universelle*, [J · mol⁻¹ · K⁻¹]

$R = R^*/M$: *constante spécifique*, [J kg⁻¹ K⁻¹]

$\alpha = 1/\rho$: *volume spécifique* [m³ kg]

$\rho = m/V$: *densité de l'air* [kg m⁻³]

Mélange de gaz parfaits

$$p_i \cdot V = n_i \cdot R^* \cdot T$$

$$p = \sum_i p_i$$

$$\bar{M} = \frac{m}{n} = \frac{\sum m_i}{n} = \frac{\sum n_i \cdot M_i}{n} = \sum \chi_i \cdot M_i; \chi_i \equiv \frac{n_i}{n} = \frac{p_i}{p} = \frac{V_i}{V}, \quad \chi_i(\text{ppm}) = 10^6 \chi_i$$

$$\bar{M} = \sum \chi_i \cdot M_i = \frac{R^*}{\bar{R}}$$

$$\bar{R} = \frac{R^*}{\bar{M}} = \sum x_i \cdot R_i; \quad x_i \equiv \frac{m_i}{m} = \frac{n_i M_i}{n \bar{M}} = \chi_i \frac{M_i}{\bar{M}}$$

$$p \cdot V = m \cdot \bar{R} \cdot T = n R^* T$$

L'air sec : $M_d = 28,964 \text{ kg kmol}^{-1}$; $R_d = \frac{R^*}{M_d} = 287,05 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$; $p_d \cdot \alpha_d = R_d \cdot T$

Volume spécifique de l'air sec $\alpha_d = \frac{V}{m_d}$

La vapeur d'eau : $e \cdot V = m_v \cdot R_v \cdot T$; $R_v = 461 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$; $M_w = 18.016 \text{ kg kmol}^{-1}$

L'air humide : $p = p_d + e$

$$R_m = \frac{m_d \cdot R_d + m_v \cdot R_v}{m} = (1 - q) \cdot R_d + q \cdot R_v =$$

$$= \left[1 + q \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) \right] \cdot R_d = (1 + 0,608 q) \cdot R_d$$

$$p \cdot V = m \cdot R_m \cdot T = m \cdot R_d \cdot (1 + 0,608 q) \cdot T$$

$$p = \rho \cdot R_d \cdot (1 + 0,608 q) \cdot T$$

Température virtuelle : $T_v = (1 + 0,61 q) \cdot T \cong (1 + 0,61 r) \cdot T$

Équation d'état de l'air humide : $p = \rho \cdot R_d \cdot T_v$

Mesures d'humidité

Humidité absolue, ρ_v : masse de vapeur d'eau par unité de volume d'air : $m_v/V = \rho_v =$ densité partielle de la vapeur d'eau

$$\rho_v = \frac{e}{R_v \cdot T}$$

Pression (partielle) de vapeur d'eau, e : la pression exercée par les molécules de vapeur d'eau dans la particule d'air. (Loi des pressions partielles de Dalton).

$$e = p - p_d$$

Pression de vapeur d'équilibre ou saturante : c'est la pression de la vapeur d'eau en équilibre avec une surface d'eau liquide chimiquement pure.

$$e_w \cong e_w(T_0) \exp \left\{ \frac{\ell_v}{R_v} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right\}$$

Rapport de mélange, r : masse de vapeur d'eau / masse d'air sec; $r = m_v/m_d$

$$r = \frac{m_v}{m_d} = \frac{R_d}{R_v} \frac{e}{p_d}; r = \varepsilon \frac{e}{p - e}$$

Humidité spécifique, q : masse de vapeur d'eau / masse d'air ; $q = m_v/m$, où $m = m_d + m_v =$ masse d'air sec + masse de vapeur

$$q = \frac{m_v}{m_d + m_v} = \frac{r}{1 + r}; \quad q = \varepsilon \frac{e}{p - (1 - \varepsilon)e}; \quad r = \frac{q}{1 - q}$$

Humidité relative (HR) : $(e/e_w(T)) * 100$.

$$HR(\%) = 100 \times \frac{e}{e_w(T)}$$

$$e = e_w(T_d)$$

$$HR(\%) = 100 \cdot \frac{e_w(T_d)}{e_w(T)}$$

$$\frac{e}{e_w} \cong \frac{r}{r_w} \Rightarrow$$

$$HR(\%) = 100 \cdot \frac{e}{e_w} \cong 100 \cdot \frac{r}{r_w} \cong 100 \cdot \frac{q}{q_w}$$