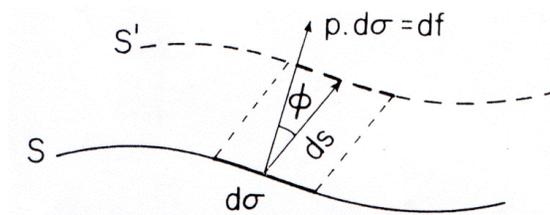


Physique de l'atmosphère : Thermodynamique

Conservation de l'énergie

Travail d'expansion ou de compression

On peut modifier l'état d'un système en exerçant sur celui-ci une force d'origine extérieure. Considérons une surface fermée S délimitant un volume V de fluide.



$$(dW)_{d\sigma} = df ds \cos \varphi = p d\sigma ds \cos \varphi = p(dV)_{d\sigma}$$

Si la force extérieure est appliquée de façon qu'à tout moment l'on puisse considérer le fluide dans un état de **quasi-équilibre mécanique**, alors

$$dW = p \int_S (dV)_{d\sigma} = p dV .$$

Pour un changement fini du volume du système on aura : $W = \int_i^f p dV$

Travail d'expansion ou de compression

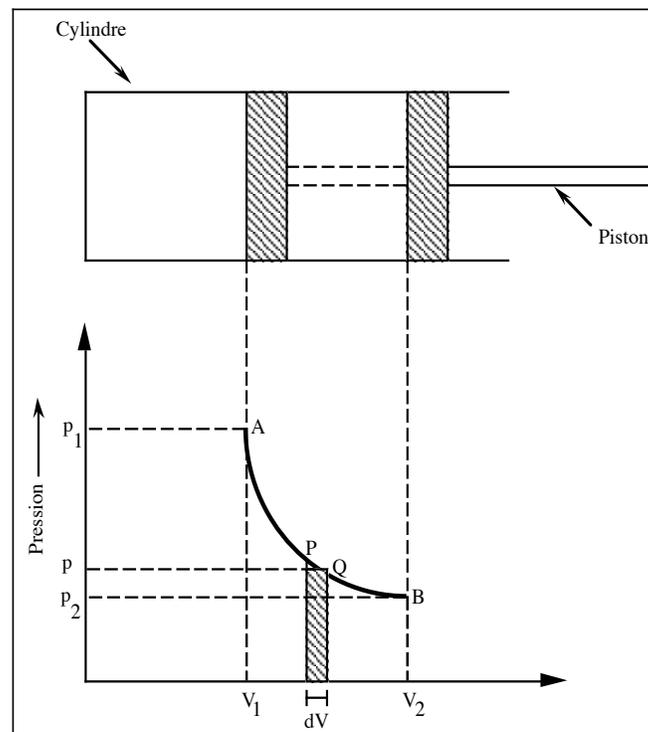
Nous complétons la définition de travail d'expansion ou de compression dans un fluide en convenant de considérer :

<i>positif</i>	le travail effectué sur le système
<i>négatif</i>	le travail effectué par le système sur l'environnement

Cette convention supplémentaire conduit en conditions de **quasi-équilibre mécanique** à l'expression du travail d'expansion ou de compression dans un fluide sous la forme :

$$dW = -p dV$$

Exemple de diagramme thermodynamique



L'énergie interne

Expérimentalement nous observons que le travail W_{ad} effectué par une force d'origine extérieure pour amener un système thermodynamique borné par des parois adiabatiques (isolé thermiquement) d'un état d'équilibre initial à un état d'équilibre final, ne dépend pas du procédé. Par conséquent, ce travail peut s'exprimer par la variation ΔU d'une fonction ou variable d'état appelée énergie interne :

$$W_{ad} = \Delta U$$

Notion de chaleur

Par ailleurs, si le système thermodynamique subit le même changement d'état d'équilibre qu'auparavant, mais ses parois sont conductrices, le travail W effectué n'est plus le même:

$$W \neq W_{ad}$$

Nous définissons la chaleur Q absorbée par le système comme

$$Q = W_{ad} - W = \Delta U - W$$

ou

$$\delta Q = dU - \delta W$$

Pour un procédé adiabatique $\delta Q = 0$

Le premier principe - PPT

Tout système thermodynamique possède une variable d'état d'équilibre appelée son énergie interne U dont le changement dU au cours de toute transformation de l'état du système est égal à la quantité de chaleur δQ absorbée par le système plus la quantité δW de travail effectué sur le système :

$$dU = \delta W + \delta Q$$

L'énergie interne d'un système isolé est constante.

- Si le procédé infinitésimal est réversible, alors dU et δW peuvent être exprimés en fonction de variables thermodynamiques.
- Lors de procédés au **quasi-équilibre mécanique**, le travail de compression ou expansion est donné par $dW = -p dV$, de telle sorte que l'on peut écrire :

$$dU = \delta Q - pdV$$

Enthalpie

Pour un fluide homogène, p , V , T , U sont des variables d'état. Il s'ensuit que toute fonction de ces variables est aussi une variable d'état. Parmi toutes les fonctions possibles, certaines d'entre elles réfèrent de façon pratique à certaines situations expérimentales d'intérêt. Par exemple, nous définissons l'enthalpie H d'un système par la relation

$$H \triangleq U + pV$$

Il découle de cette définition que pour un procédé au **quasi-équilibre mécanique**

$$dH = \delta Q + Vdp$$

L'enthalpie H d'un système est donc une quantité caractéristique de son état d'équilibre dont le changement $(dH)_p$ au cours d'un procédé à pression constante s'identifie à la quantité de chaleur $(\delta Q)_p$ changée entre le système et son environnement.

Chaleurs spécifiques (Capacité thermique massique)

Nous avons que pour un fluide $F(p, V, T) = 0$. Alors à l'équilibre

$$U = U(T, V) \text{ \& (PPT) : } \delta Q = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] dV$$

$$H = H(T, p) \text{ \& (PPT) : } \delta Q = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p dT + \left[\left(\frac{\partial H}{\partial p} \right)_T - V \right] dp$$

Dès ces dernières relations, nous définissons la chaleur spécifique à volume constant par

$$c_v \triangleq \left(\frac{\delta q}{dT} \right)_V = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_V$$

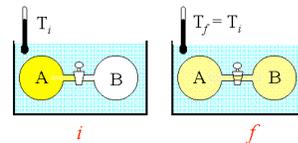
et la chaleur spécifique à pression constante par

$$c_p \triangleq \left(\frac{\delta q}{dT} \right)_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p$$

Énergie interne d'un gaz idéal

Détente de Joule-Thomson

Considérons un système thermodynamique constitué par deux cavités rigides et conductrices immergées dans un calorimètre. Un gaz idéal initialement contenu dans une des cavités subit une expansion libre au travers d'une valve lui donnant accès à l'autre cavité où préalablement on avait fait le vide.



- **Observation expérimentale** : *Il n'y a pas eu d'échange de chaleur entre le système et son environnement ($Q = 0$).*

D'autre part, le volume total du système est demeuré le même, donc le travail est nul ($W = 0$) :

$$\text{PPT} \rightarrow \Delta U = 0$$

- **Observation expérimentale** : *La pression du gaz est changée, mais sa température est demeurée la même.*

Nous pouvons alors conclure que, pour un gaz idéal, U est une fonction seulement de T :

$$U = U(T)$$

(À l'aide du deuxième principe de la thermodynamique et sans avoir recours aux observations expérimentales, on peut montrer que pour un gaz idéal U dépend uniquement de T .)

Chaleurs spécifiques : Gaz idéaux

Pour un gaz idéal nous avons donc que

$$c_v = \frac{du}{dT}$$

Puisque $h = u + p \alpha = u(T) + R T = h(T)$ nous obtenons que

$$c_p = \frac{dh}{dT}$$

Or

$$\begin{aligned} dh &= c_v dT + d(p\alpha) \\ &= (c_v + R) dT \end{aligned}$$

d'où

$$c_p = c_v + R$$

Chaleurs spécifiques : Gaz idéaux

Les valeurs de c_p et c_v peuvent être trouvées expérimentalement ou théoriquement à partir de la mécanique statistique :

Gaz monoatomique : $c_v = (3/2) R^*$; $c_p = c_v + R^* = (5/2) R^*$

Gaz diatomique : $c_v = (5/2) R^*$; $c_p = (7/2) R^*$

Gaz polyatomique : $c_v = (6/2) R^*$; $c_p = (8/2) R^*$.

En négligeant les proportions de Ar, CO₂ et des composantes secondaires, l'air sec est considéré comme un gaz diatomique d'où

$$c_{vd} = 718 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} = 171 \text{ cal kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$c_{pd} = 1005 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} = 240 \text{ cal kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

Pour la vapeur d'eau : $c_{vV} = 1390 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1} = 331 \text{ cal kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

$$c_{pV} = 1850 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1} = 441 \text{ cal kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

Propriétés de l'air humide sous-saturé

Chaleurs spécifiques c_{pm} et c_{vm}

À pression constante

$$m c_{pm} dT = m_d c_{pd} dT + m_v c_{pv} dT$$

$$c_{pm} = (1 - q)c_{pd} + q c_{pv} = \left[1 + \left(\frac{c_{pv}}{c_{pd}} - 1 \right) q \right] c_{pd} = (1 + 0.87q)c_{pd}$$

or : $q < \sim 0.02 \rightarrow 1 \leq (1 + 0.87q) \leq 1.017$

$$c_{pm} \cong c_{pd}$$

À volume constant

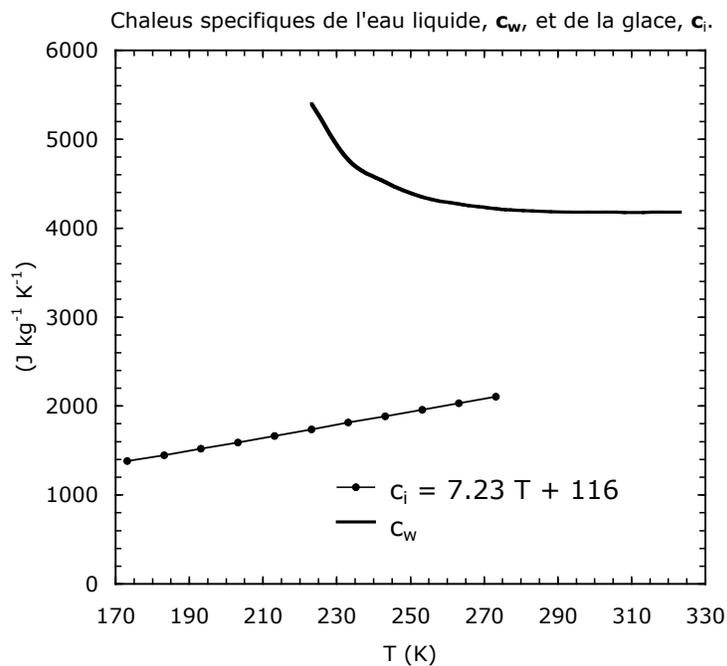
$$m c_{vm} dT = m_d c_{vd} dT + m_v c_{vv} dT$$

$$c_{vm} = (1 - q)c_{vd} + q c_{vv} = \left[1 + \left(\frac{c_{vv}}{c_{vd}} - 1 \right) q \right] c_{vd} = (1 + 0.97q)c_{vd}$$

or : $q < \sim 0.02 \rightarrow 1 \leq (1 + 0.97q) \leq 1.019$

$$c_{vm} \cong c_{vd}$$

Chaleurs spécifiques : Eau et glace



Chaleur latente

Si nous appelons $(\delta Q)_p$ la quantité de chaleur requise pour transformer une masse δm de substance chimiquement pure d'une phase à l'autre (ex. : de solide à liquide), nous définissons le coefficient ℓ de chaleur latente pour la transition à pression constante observée :

$$\ell \triangleq \left(\frac{\delta Q}{\delta m} \right)_p$$

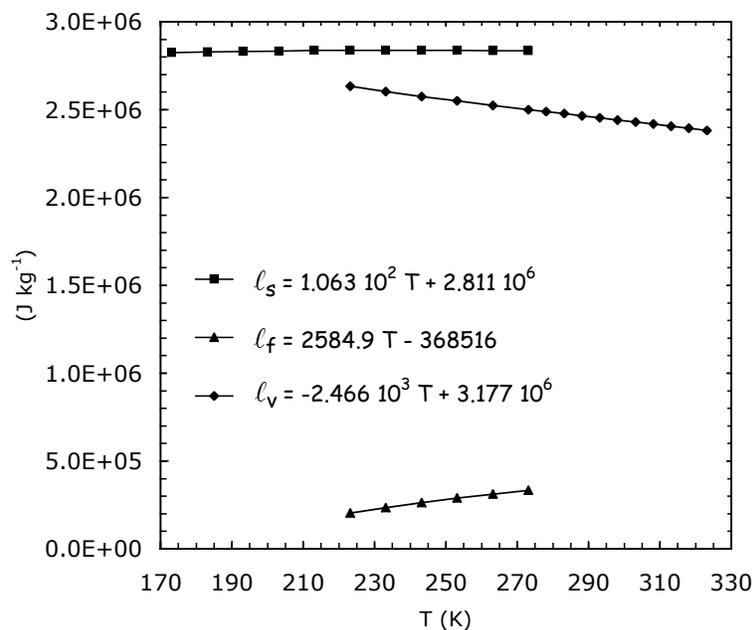
Du PPT, nous avons qu'à $p = \text{cte}$

$$dH = \delta Q$$

et donc

$$\ell = \left(\frac{\delta Q}{\delta m} \right)_p = \frac{\delta m \Delta h}{\delta m} = \Delta h$$

Chaleurs latentes de l'eau



Équation de Kirchhoff

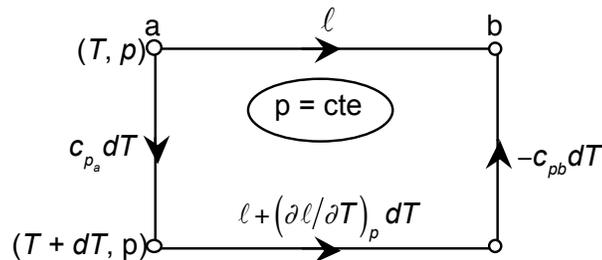
Considérons maintenant une transition de phase entre l'état **a** et l'état **b** de sorte que $\Delta h = \ell = h_b - h_a$, nous avons que :

$$\ell = c_{p_a} dT + \ell + \left(\frac{\partial \ell}{\partial T}\right)_p dT - c_{p_b} dT$$

$$0 = c_{p_a} + \left(\frac{\partial \ell}{\partial T}\right)_p - c_{p_b}$$

⇒

$$\left(\frac{\partial \ell}{\partial T}\right)_p = c_{p_b} - c_{p_a}$$



Définition de parcelle d'air

Pour décrire les **propriétés thermodynamiques de l'atmosphère**, on convient de la considérer constituée de **parcelles d'air** auxquelles on peut assigner des valeurs déterminées de température, de pression, etc... La grandeur des parcelles d'air considérées est fonction du phénomène atmosphérique dont on tente de comprendre les aspects thermodynamiques.

Pour bien comprendre la nature thermodynamique des mouvements dans l'atmosphère, on considère qu'une parcelle d'air est :

- i) Thermiquement isolée de l'air environnant et que sa température varie de façon adiabatique,
- ii) À la même pression que l'air environnant au même niveau, lequel est à l'équilibre hydrostatique, et
- iii) En mouvement assez lent pour négliger son énergie cinétique.

Équations de Poissons-Procédés adiabatiques

Du PPT et des définitions des chaleurs spécifiques pour les gaz idéaux nous avons que

$$\delta q = c_v dT + p d\alpha \quad \text{et} \quad \delta q = c_p dT - \alpha dp$$

Pour un procédé adiabatique $\delta q = 0$

$$\Rightarrow c_v dT + p d\alpha = c_p dT - \alpha dp = 0$$

En divisant par T et en utilisant la loi des gaz idéaux nous obtenons

$$\begin{aligned} 0 &= c_v d\ln T + R d\ln \alpha \\ &= c_p d\ln T - R d\ln p && \leftarrow d\ln p + d\ln \alpha = d\ln T \\ &= c_v d\ln p + c_p d\ln \alpha \end{aligned}$$

et une fois intégrées

$$T^{c_v} \alpha^R = cte$$

$$T^{c_p} p^{-R} = cte$$

$$p^{c_v} \alpha^{c_p} = cte$$

ou

$$T \alpha^{\eta-1} = cte$$

$$T p^{-\chi} = cte$$

$$p \alpha^\eta = cte$$

Equation de Poisson

$$\text{où } \eta = \frac{c_p}{c_v}, \text{ et } \chi = \frac{R}{c_p} = \frac{\eta-1}{\eta}.$$

$$\text{Pour l'air sec: } \eta_d = 7/5 = 1.4 \quad \text{et} \quad \chi_d = 2/7 = 0.286$$

Propriétés de l'air humide sous-saturé

$$\begin{aligned} \chi_m &= \frac{R_m}{c_{pm}} = \frac{1+0.61q}{1+0.87q} \frac{R_d}{c_{pd}} = \frac{1+0.61q}{1+0.87q} \chi_d = \\ &\cong (1-0.26q)\chi_d \cong (1-0.26r)\chi_d \end{aligned}$$

$$\text{or : } q \leq 0.02 \quad \rightarrow \quad 1 \geq (1 - 0.26 q) \geq 0.995$$

$$\chi_m \cong \chi_d$$

$$\text{et} \quad \eta_m = \frac{c_{pm}}{c_{vm}} \cong (1 - 0.10 q) \eta_d \cong (1 - 0.10 r) \eta_d$$

$$\text{or : } q \leq 0.02 \quad \rightarrow \quad 1 \geq (1 - 0.10 q) \geq 0.998$$

$$\eta_m \cong \eta_d$$

Température potentielle

De la deuxième équation de Poisson, $T p^{-\chi} = cte$, nous avons que

$$\frac{T_0}{T} = \left(\frac{p_0}{p} \right)^\chi$$

et en choisissant $p_0 = 1000 \text{ hPa}$, T_0 devient, par définition, la température potentielle θ :

$$\theta \triangleq T \left(\frac{1000 \text{ hPa}}{p} \right)^\chi$$

La température potentielle d'un gaz est la température que ce gaz aurait après compression ou expansion adiabatique jusqu'à la pression de 1000 hPa.

Température potentielle : Premier principe

Nous avons d'une part que

$$\theta = T \left(\frac{1000 \text{ hPa}}{p} \right)^\chi \Rightarrow d \ln \theta = d \ln T - \chi d \ln p$$

et d'autre part, pour un procédé non adiabatique ("diabatique"),

$$\delta q = c_p dT - \alpha dp$$

$$\delta q = c_p T \frac{dT}{T} - R T \frac{dp}{p}$$

$$\delta q = c_p T d \ln T - R T d \ln p$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \delta q = c_p T \left(d \ln T - \frac{R}{c_p} d \ln p \right) \\ \delta q = c_p T d \ln \theta = c_p \left(\frac{p}{p_0} \right)^\chi d \theta \end{array} \right. \text{ PPT}$$