

Physique de l'atmosphère : Thermodynamique de l'atmosphère

Processus thermodynamiques dans l'atmosphère

Dans tous les **systèmes fermés** composés d'air humide **sous-saturé**, l'**humidité spécifique** et le **rapport de mélange** restent **constants**. Ceci n'est pas le cas pour la pression partielle de vapeur ou pour l'humidité relative.

La **pression partielle** de vapeur ne dépend pas de la température, mais elle est proportionnelle à la pression totale :

$$e = \frac{r}{\varepsilon + r} p$$

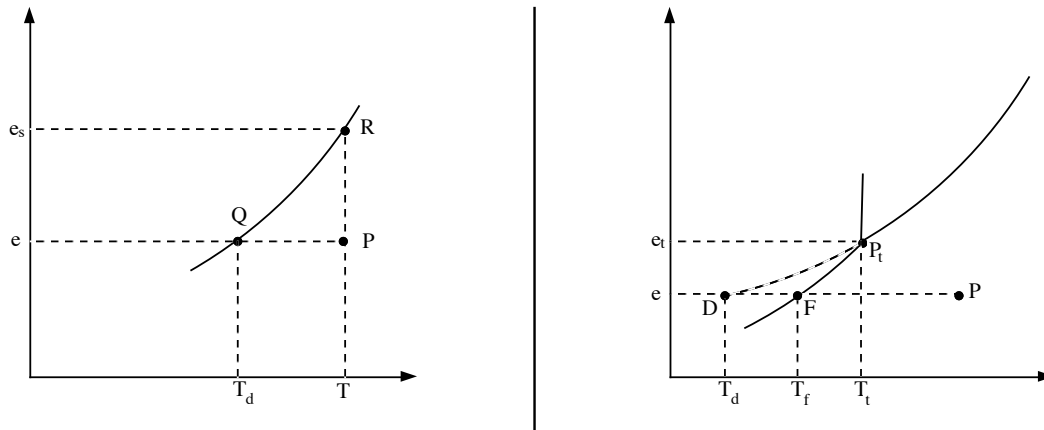
L'**humidité relative** varie rapidement avec la température à cause de la variation de e_w et elle est proportionnelle à la pression par e :

$$U = \frac{e}{e_w(T)}$$

Refroidissement isobare

Points de rosée et de givrage

Considérons une masse d'air humide sous-saturée refroidie de façon isobare.

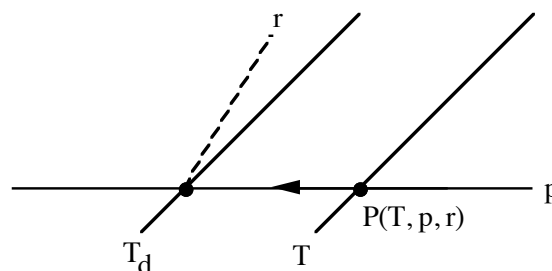


Or, q , r et e restent constants, mais U augmente car e_w diminue. Si le refroidissement continue, $e_w \rightarrow e$ et $U \rightarrow 1$. La température à laquelle on a saturation par rapport à l'eau s'appelle point de rosée, T_d , ou point de givrage, T_f , si la saturation est atteinte par rapport à la glace ($T < 0^\circ\text{C}$).

Refroidissement isobare

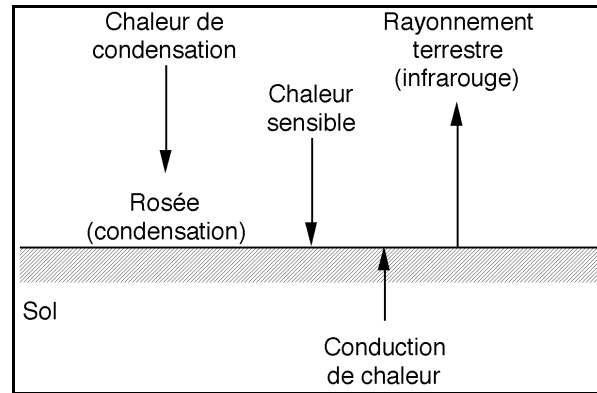
Points de rosée et de givrage

Pour trouver le **point de rosée sur un diagramme**, il s'agit de suivre l'isobare du point image P qui représente l'état de la masse d'air jusqu'à l'intersection de l'isobare avec la courbe qui correspond au rapport de mélange de la masse d'air.



Condensation par refroidissement isobare

Pendant la nuit, les pertes par rayonnement infrarouge à la surface peuvent être balancées par les flux d'énergie vers le bas dans l'air et les flux vers le haut dans le sol. Le flux d'énergie vers le bas comprend la chaleur latente associée à la condensation à la surface. Il devient visible par l'apparition de rosée si le taux de pénétration de l'eau dans le sol est insuffisant.



- i. La **rosée** ou le **givre** se forment par condensation ou condensation solide^{Atmos-2.6} de la vapeur d'eau sur des **surfaces solides ou sur le sol** qui pendant la nuit se refroidissent par radiation à des températures inférieures aux points de rosée ou de givrage de l'air.
- ii. Si une **masse d'air** se refroidit de façon isobare à une température inférieure à T_d , des gouttelettes microscopiques se condensent sur les noyaux de condensation contenus dans l'air : on appelle cela **brouillard**. Ceci peut arriver par refroidissement radiatif de l'air ou du sol (**brouillard radiatif**). La condensation peut aussi s'effectuer par mouvement horizontal d'une masse d'air sur des surfaces froides qui par conduction refroidissent l'air (**brouillard d'advection**). Dans ces deux cas, le refroidissement est pratiquement isobare puisque la pression à la surface varie relativement peu.
- iii. Une fois que la condensation est commencée, le refroidissement continue moins rapidement puisque la chaleur perdue est en partie compensée par la chaleur latente de condensation dégagée. Ceci établit une limite virtuelle de la température autour de T_d (très important pour la prévision de T_{min}).

Propriétés de l'enthalpie

L'eau condensée peut être sous la forme de gouttelettes d'eau liquide ou de cristaux de glace. **Nous allons traiter du cas liquide explicitement.**

Système : air sec + eau condensée + vapeur d'eau

La généralisation pour le traitement du cas solide ou du cas où les deux formes condensées sont présentes est ensuite simple.

Soit m la masse totale du système décrit ci-dessus, m_d la masse de l'air sec, m_w la masse d'eau condensée et m_v la masse de vapeur d'eau, le système étant réputé à l'équilibre thermodynamique sous les conditions de température et de pression (T, p), la vapeur est alors à sa tension de saturation $e_w(T)$:

$$m = m_d + m_w + m_v$$

Nous allons étudier les propriétés de ce système quand il change d'état thermodynamique **sans subir de mélange** mécanique avec son environnement. Alors m est conservée ainsi que la masse totale d'eau du système $m_t = m_w + m_v$.

On a :

$$\begin{aligned} mh &= m_d h_d + m_w h_w + m_v h_v (+m_v h_w - m_v h_w) \\ mh &= m_d h_d + m_t h_w + m_v (h_v - h_w) \end{aligned}$$

On peut montrer que :

$$h_v - h_w = \ell_v \quad \begin{cases} \delta q = dh - \alpha dp \\ p = cte \end{cases} \Rightarrow \delta q = dh$$

où ℓ_v est le coefficient de chaleur latente de vaporisation. On obtient donc :

$$mh = m_d h_d + m_t h_w + m_v \ell_v$$

Pour un changement infinitésimal d'état thermodynamique sous les contraintes énoncées, i.e., $m = cte$ et $m_t = cte$, on obtient :

$$m dh = m_d dh_d + m_t dh_w + d(m_v \ell_v)$$

Or :

$$i) \quad dh_d = c_{pd} dT$$

ii) L'eau dans la phase liquide affiche des coefficients de chaleur spécifique à volume constant et à pression constante très comparables de telle sorte que l'on puisse dire:

$$c_{pw} \cong c_{vw} = c_w$$

$$dh_w \cong c_w dT$$

$$iii) \quad d(m_v \ell_v) = m_v d\ell_v + \ell_v dm_v$$

$$d\ell_v = dh_v - dh_w = (c_{pv} - c_w) dT \quad (\text{Éq. de Kirchhoff})$$

D'où

$$m dh = m_d c_{pd} dT + m_t c_w dT - m_v c_w dT + m_v c_{pv} dT + \ell_v dm_v$$

et, en regroupant les termes:

$$m dh = (m_d c_{pd} + m_w c_w + m_v c_{pv}) dT + \ell_v dm_v$$

Le coefficient moyen de chaleur spécifique $\bar{c}_p$ du système est donné par:

$$\bar{c}_p = \frac{m_d c_{pd} + m_w c_w + m_v c_{pv}}{m}$$

d'où, en divisant par m :

$$\boxed{dh = \bar{c}_p dT + \ell_v \frac{dm_v}{m} = \bar{c}_p dT + \ell_v dq_t} \quad (\text{exact})$$

Variation de l'enthalpie : version approchée

Dans la plupart des circonstances d'intérêt pratique pour l'atmosphère, on a:

$$m_d \gg m_w, m_v$$

on a donc approximativement:

$$\bar{c}_p \cong c_{pd}$$

$$\frac{dm_v}{m} \cong \frac{dm_v}{m_d} = dr$$

$$\boxed{dh \cong c_{pd}dT + \ell_v dr} \quad (\text{approché})$$

Par rapport aux propriétés de l'air humide sous-saturé, le terme supplémentaire $\ell_v dr$ apparaissant dans l'équation ci-dessus inclut dans le bilan énergétique de la transformation d'état la chaleur latente qui accompagne la transition de phase d'une partie de l'eau (dr) du système.

Masse d'eau condensée - Visibilité

Or, a $p = \text{cte}$

$$\delta q = dh \cong c_{pd}dT + \ell_v dr \quad (\text{Système : air + vapeur + eau})$$

$$r = \varepsilon \frac{e}{p-e} \xRightarrow{p=\text{cte}} dr = \varepsilon \frac{(p-e)+e}{(p-e)^2} de = \varepsilon \frac{p}{(p-e)^2} de \cong \frac{\varepsilon}{p} de$$

$$\text{de plus, } \begin{cases} e = e_w \\ de_w \cong \frac{\ell_v e_w}{R_v T^2} dT \quad (\text{Éq.C.C.}) \end{cases} \Rightarrow dr \cong \varepsilon \frac{p}{(p-e_w)^2} \frac{\ell_v e_w}{R_v T^2} dT \stackrel{e_w \ll p}{\cong} \frac{\varepsilon \ell_v e_w}{p R_v T^2} dT$$

$$\Rightarrow \delta q \cong \left[c_{pd} + \frac{\varepsilon \ell_v^2 e_w}{p R_v T^2} \right] dT$$

$$\delta q \cong \left[c_{pd} \frac{R_v T^2}{\ell_v e_w} + \frac{\varepsilon \ell_v}{p} \right] de_w$$

Si on calcule les pertes de chaleur $-\delta q$ avec d'autres données (ex: pertes radiatives), les équations ci-dessus nous permettent d'évaluer la diminution de température $-dT$ ou de la pression de vapeur $-de_w$.

De l'équation d'état on a que $\rho_v = \frac{e_w}{R_v T}$

et la variation $d\rho_v$ par rapport à T est donnée par

$$\begin{cases} d\rho_v = \frac{1}{R_v T} de_w - \frac{e_w}{R_v T^2} dT \\ de_w = \frac{\ell_v e_w}{R_v T^2} dT \quad (\text{Éq. C.C.}) \end{cases} \Rightarrow d\rho_v = \frac{\ell_v}{R_v T} \frac{e_w}{R_v T^2} dT - \frac{e_w}{R_v T^2} dT$$

$$d\rho_v = \left(\frac{\ell_v}{R_v T} - 1 \right) \frac{e_w}{R_v T^2} dT$$

$$\begin{aligned} m_t &= m_w + m_v \\ \frac{dm_t}{V} &= \frac{dm_w + dm_v}{V} \\ dc &= -d\rho_v \end{aligned}$$

Par conséquent, la *masse d'eau qui se condense* est donnée par

$$dc = -d\rho_v = \left(1 - \frac{\ell_v}{R_v T} \right) \frac{e_w}{R_v T^2} dT \quad \text{ou} \quad dc = \left(1 - \frac{\ell_v}{R_v T} \right) \frac{e_w}{R_v T^2} \frac{R_v T^2}{\ell_v e_w} de_w = \left(1 - \frac{\ell_v}{R_v T} \right) \frac{1}{\ell_v} de_w$$

et puisque $\frac{\ell_v}{R_v T} \approx 20$, à moins de 5% on a que

$$dc \approx -\frac{\ell_v e_w}{R_v^2 T^3} dT \approx -\frac{1}{R_v T} de_w$$

Exemple :

$\Delta c = 1 \text{ g m}^{-3}$ avec l'air saturé à 10^0 C

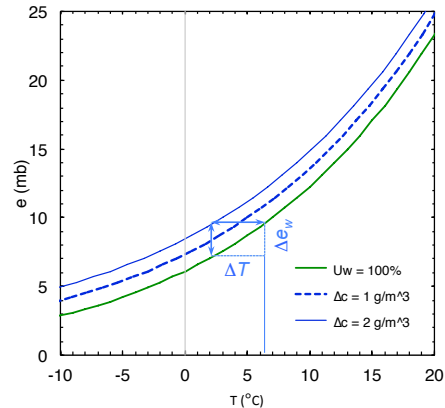
$$\Delta T \approx -\frac{R_v^2 T^3}{\ell_v e_w} \Delta c \approx -\frac{461 \times 283^3}{2.47 \times 10^6 \times 1.227 \times 10^3} 10^{-3} \approx -1.6^0 \text{ C}$$

$$-\Delta e_w \approx R_v T \Delta c = 461 \times 283 \times 10^{-3} \approx 1.3 \text{ hPa}$$

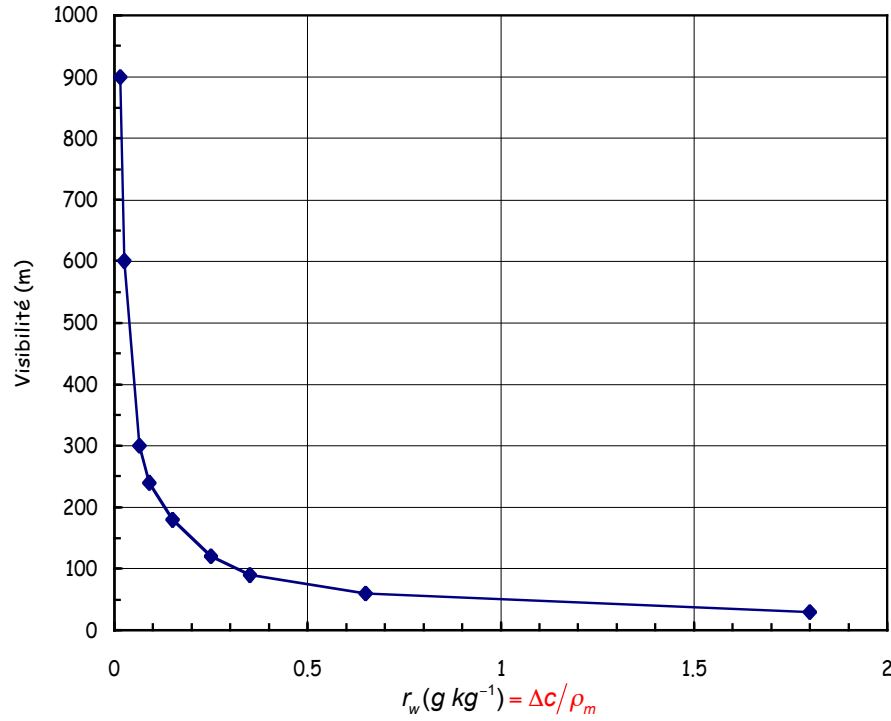
Nous pouvons maintenant utiliser un diagramme (e, T) pour représenter les lignes à $\Delta c = \text{cte}$.

$$\left(\Delta T \approx -\frac{R_v^2 T^3}{\ell_v e_w} \Delta c \right)$$

Les lignes à $\Delta c = \text{cte}$ sont reliées à la visibilité dans le brouillard.



r_w (g kg ⁻¹)	0.015	0.025	0.065	0.09	0.15	0.25	0.35	0.65	1.8
Visibilité (m)	900	600	300	240	180	120	90	60	30



À partir de l'équation des pertes de chaleur, on démontre qu'un brouillard dense est plus probable à des hautes températures qu'à des basses températures :

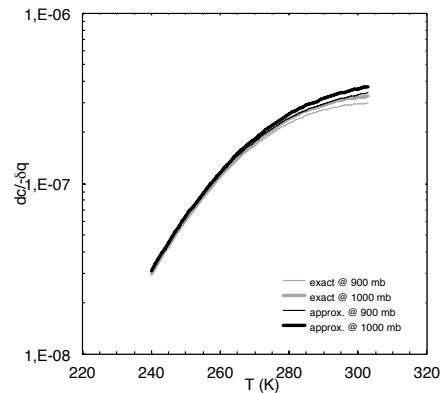
i) Expressions « exactes » (seulement version approchée de dh)

$$\delta q = \left[\frac{c_p R_v T^2}{\ell_v e_w} + \frac{\varepsilon p \ell_v}{(p - e_w)^2} \right] de_w \left\{ \begin{array}{l} \frac{dc}{-\delta q} = \frac{e_w (p - e_w)^2 (\ell_v - R_v T)}{R_v T [c_p R_v T^2 (p - e_w)^2 + \varepsilon p \ell_v^2 e_w]} \\ \left(\frac{1}{\ell_v} - \frac{1}{R_v T} \right) de_w = dc \end{array} \right.$$

ii) Expressions approchées

$$\delta q \approx \left[\frac{c_{pd} R_v T^2}{\ell_v e_w} + \frac{\varepsilon \ell_v}{p} \right] de_w \left\{ \begin{array}{l} \frac{dc}{-\delta q} \approx \frac{1}{\frac{c_p R_v^2 T^3}{\ell_v e_w} + \frac{R_d \ell_v T}{p}} \\ de_w \approx -R_v T dc \end{array} \right.$$

Pour un δq donné, si $T_2 > T_1$, $\Rightarrow \Delta c_2 > \Delta c_1$



Processus isenthalpiques

Considérons un système composé d'air humide et d'eau soumis à un processus isobare et adiabatique. Ce processus est par conséquent isenthalpique. Considérons deux états de ce système (T, m_v) (T', m'_v) . On peut écrire que

$$\Rightarrow m h = (m_d c_{pd} + m_t c_w) T + \ell_v(T) m_v + cte$$

et

$$m h' = (m_d c_{pd} + m_t c_w) T' + \ell_v(T') m'_v + cte$$

où m , m_d , m_t et les constantes additives sont les mêmes pour les deux états. Or, puisque $h = h'$ on a que

$$(m_d c_{pd} + m_t c_w)(T' - T) + \ell_v(T') m'_v - \ell_v(T) m_v = 0$$

qui peut s'écrire:

$$T' + \frac{\ell_v(T') m'_v}{m_d c_{pd} + m_t c_w} = T + \frac{\ell_v(T) m_v}{m_d c_{pd} + m_t c_w}$$

$$mdh = (m_d c_{pd} + m_w c_w + m_v c_{pv}) dT + \ell_v dm_v$$

temperature	T_0	$\rightarrow$	T	$\rightarrow$	T
air sec	m_d		m_d		m_d
vapeur	0		0	$\rightarrow$	m_v
eau liquide	m_t		m_t	$\rightarrow$	m_w

$$m(h - h_0) = (m_d c_{pd} + m_t c_w)(T - T_0) + \ell_v(T) m_v$$

$$mh = (m_d c_{pd} + m_t c_w) T + \ell_v(T) m_v + cte \quad \Leftarrow$$

Chaque terme de la relation ci-dessus est une fonction d'état du système.

$$T' + \frac{\ell_v(T')m'_v}{m_d(c_{pd} + r_t c_w)} = T + \frac{\ell_v(T)m_v}{m_d(c_{pd} + r_t c_w)}$$

$$T' + \frac{\ell_v(T')r'}{c_{pd} + r_t c_w} = T + \frac{\ell_v(T)r}{c_{pd} + r_t c_w}$$

où

$$r_t = \frac{m_v + m_w}{m_d} = \frac{m_t}{m_d}$$

Version approchée

Si on néglige la variation de ℓ_v par rapport à T , on a que

$$T' + \frac{\ell_v}{c_p} r' \cong T + \frac{\ell_v}{c_p} r \cong cte$$

et c_p peut être pris égal à c_{pd} car $c_{pd} \gg r_t c_w \Rightarrow$

$$T' + \frac{\ell_v}{c_{pd}} r' \cong T + \frac{\ell_v}{c_{pd}} r \cong cte$$

Température équivalente

La **température équivalente** est définie comme la température que l'air humide atteindrait si cet air serait complètement asséché par condensation de toute la vapeur d'eau et élimination du liquide, lorsque le processus est à pression constante et le système est thermiquement isolé. On indique cette température avec T_{ie} :

$$\left. \begin{aligned} c_p T + \ell_v r &= c_{pd} T_{ie} \\ c_p &= c_{pd} + r c_w \\ r c_w &\ll c_{pd} \end{aligned} \right\} c_p \cong c_{pd}$$

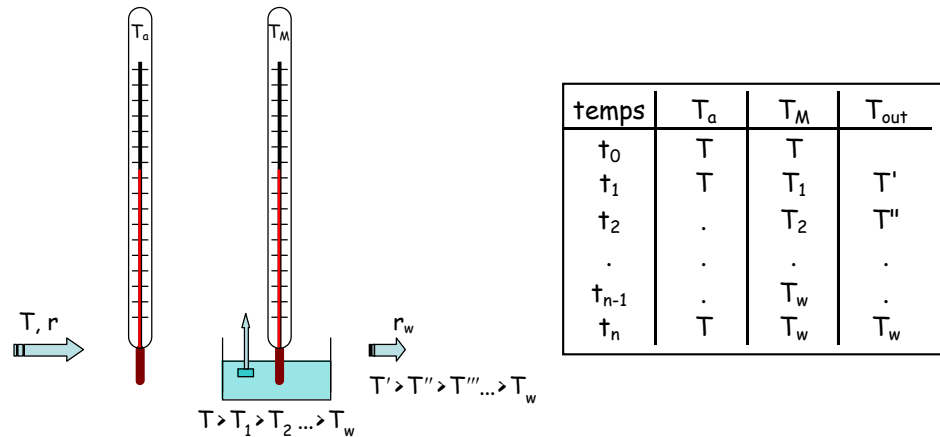
$\Rightarrow$

$$T_{ie} = \frac{c_p}{c_{pd}} T + \frac{\ell_v}{c_{pd}} r \cong T + \frac{\ell_v}{c_{pd}} r$$

qui correspond à l'expression approchée pour un processus isenthalpique.

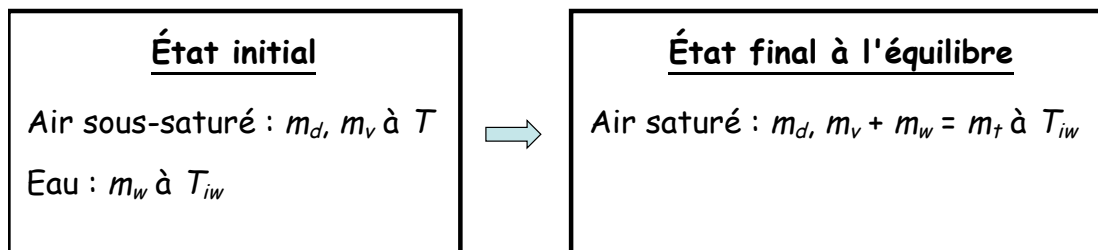
Température du thermomètre mouillé

Considérons maintenant le processus complémentaire où l'on passe de r à r_w . Ceci est le processus qui est relié à l'utilisation du **psychromètre mouillé**. Cet instrument est constitué de deux thermomètres, un dont le bulbe est sec et qui mesure la température de l'air, et l'autre qui a le bulbe couvert par de la mousseline imbibée d'eau. L'air s'écoule autour du bulbe mouillé et s'il n'est pas saturé, de l'eau s'évapore jusqu'à saturation. Si l'équilibre est atteint, la chaleur de vaporisation ne peut pas venir de l'eau qui demeure à température constante, mais de l'air même.



Le système thermodynamique qu'on doit considérer est constitué d'une certaine masse d'air qui s'écoule autour du bulbe, et de la masse d'eau qui a été incorporée dans l'air par l'évaporation.

Système thermodynamique



où T_{iw} est la **température du thermomètre mouillé**, température que l'air atteint lorsque l'eau s'est évaporée jusqu'à saturation, que le système (air + eau) suit un processus à pression constante et qu'il n'y a pas d'échange de chaleur avec l'environnement.

Ce processus est similaire à celui qu'on a étudié plus haut. La seule différence est que l'eau n'a pas subi les mêmes variations de température que l'air. Dans ce processus, l'eau ajoutée est du début à la fin à la température finale du système.

$$\begin{array}{c}
 \textcircled{i} \qquad \qquad \qquad \textcircled{f} \\
 \text{air : } m_d c_{pd} T + m_v c_w T + m_v \ell_v \qquad m_d c_{pd} T_{iw} + m_v c_w T_{iw} + m_v \ell_v \\
 \text{eau : } m_w c_w T_{iw} \qquad m_w c_w T_{iw} + m_w \ell_v
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \text{air humide non-satur} \qquad \text{eau} \qquad \text{air satur} \\
 \overbrace{m_d c_{pd} T + m_v c_w T + \ell_v m_v} + \overbrace{m_w c_w T_{iw}} = \overbrace{m_d c_{pd} T_{iw} + m_t c_w T_{iw} + \ell_v m_t} \\
 (m_d c_{pd} + m_v c_w) T + \ell_v m_v = (m_d c_{pd} + m_v c_w) T_{iw} + \ell_v m_t \\
 c_{pd} T + \ell_v r \cong c_{pd} T_{iw} + \ell_v r_w
 \end{array}$$

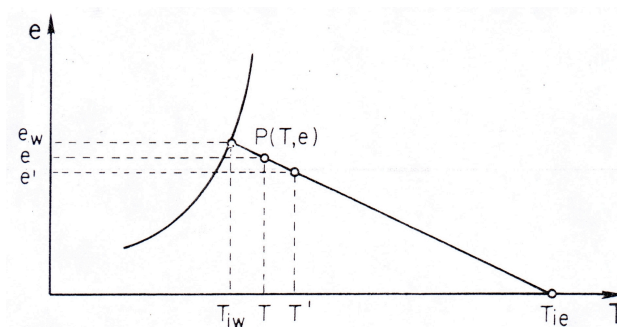
$$\Rightarrow \boxed{T + \frac{\ell_v}{c_{pd}} r \cong T_{iw} + \frac{\ell_v}{c_{pd}} r_w \cong cte}$$

Le procédé du **thermomètre mouillé** ne considère pas la possibilité que l'air qui s'écoule autour du bulbe mouillé ne rejoigne pas la saturation ou que l'air et l'eau ne soient pas à l'équilibre thermique. Par conséquent, T_{iw} donnée par le psychromètre est sujette à **vérification expérimentale**. La mesure est satisfaisante s'il y a une **ventilation** et que le débit d'air est de $\sim 5 \text{ m s}^{-1}$.

Donc avec les approximations appropriées on peut écrire $T_{ie} \cong T + \frac{\ell_v}{c_{pd}} r \cong T_{iw} + \frac{\ell_v}{c_{pd}} r_w$

d'où on a que $\left\{ \begin{array}{l} c_{pd}(T - T_{iw}) \cong \ell_v(r_w - r) \\ r \cong \frac{\varepsilon e}{p}, \quad r_w \cong \frac{\varepsilon e_w(T_{iw})}{p} \end{array} \right\} \Rightarrow c_{pd}(T - T_{iw}) \cong \frac{\varepsilon}{p} \ell_v [e_w(T_{iw}) - e]$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} e = e_w(T_d) = e_w(T_{iw}) - \frac{p c_{pd}}{\varepsilon \ell_v} (T - T_{iw}) \\ \text{et en faisant usage de la relation } T_{ie} \cong T_{iw} + \frac{\ell_v}{c_{pd}} \frac{\varepsilon e_w(T_{iw})}{p} \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{e = -\frac{p c_{pd}}{\varepsilon \ell_v} (T - T_{ie})}$$



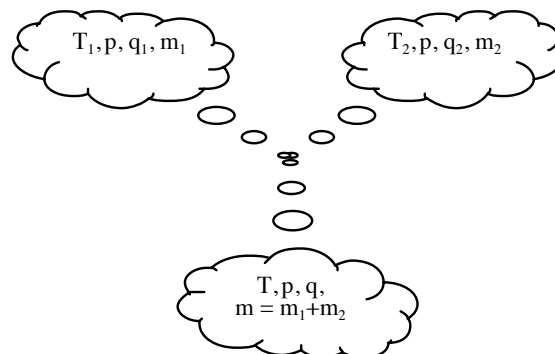
r vs. T_w

$$\left. \begin{aligned} T + \frac{\ell_v}{c_{pd}} r &\cong T_{iw} + \frac{\ell_v}{c_{pd}} r_w \\ r &\cong \frac{c_{pd}}{\ell_v} (T_{iw} - T) + r_w \\ r_w &\cong \frac{\varepsilon e_w(T_{iw})}{p} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{r \cong \frac{\varepsilon e_w(T_{iw})}{p} - \frac{c_{pd}}{\ell_v} (T - T_{iw})}$$

Processus de mélange de masses d'air

- Mélange isenthalpique sans condensation de deux masses d'air

Considérons le mélange isobare et adiabatique $A(T, p, q)$ sans condensation de deux masses d'air humide non saturées $A_1(T_1, p, q_1)$ et $A_2(T_2, p, q_2)$.



La masse totale est $m = m_1 + m_2$ et la masse totale de vapeur d'eau est donnée par $m q = m_1 q_1 + m_2 q_2$, lorsque q est l'humidité spécifique du mélange. Ainsi, q représente la moyenne pondérée par la masse de q_1 et q_2 :

$$q = \frac{m_1 q_1 + m_2 q_2}{m}$$

Puisque $q \approx r \approx \varepsilon e/p$,

$$r \approx \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m}$$

et

$$e \approx \frac{m_1 e_1 + m_2 e_2}{m}$$

La variation totale d'enthalpie de ce système est nulle:

$$m_1 c_{pm1} dT + m_2 c_{pm2} dT = 0$$

$$m_1 (1 + 0.87 q_1) c_{pd} dT + m_2 (1 + 0.87 q_2) c_{pd} dT = 0$$

$$m_1 (1 + 0.87 q_1) c_{pd} (T - T_1) + m_2 (1 + 0.87 q_2) c_{pd} (T - T_2) = 0$$

d'où

$$T = \frac{(m_1 T_1 + m_2 T_2) + 0.87 (m_1 q_1 T_1 + m_2 q_2 T_2)}{m + 0.87 (m_1 q_1 + m_2 q_2)}$$

Introduisant dans cette dernière relation $q = (m_1 q_1 + m_2 q_2)/m$, on obtient que

$$T = \frac{(m_1 T_1 + m_2 T_2) + 0.87 (m_1 q_1 T_1 + m_2 q_2 T_2)}{m(1 + 0.87 q)}$$

Si *on néglige les termes de vapeur*, on trouve que

$$T \approx \frac{(m_1 T_1 + m_2 T_2)}{m}$$

La température finale est donnée par la moyenne pondérée par la masse des températures initiales.

De plus, en sachant que

$$\theta = T \left(\frac{1000}{p} \right)^\chi \quad \theta_1 = T_1 \left(\frac{1000}{p} \right)^\chi, \quad \theta_2 = T_2 \left(\frac{1000}{p} \right)^\chi$$

on trouve, de la relation précédente, que

$$\theta \approx \frac{(m_1 \theta_1 + m_2 \theta_2)}{m}$$

correspondant ainsi à la moyenne pondérée par la masse des températures potentielles initiales.

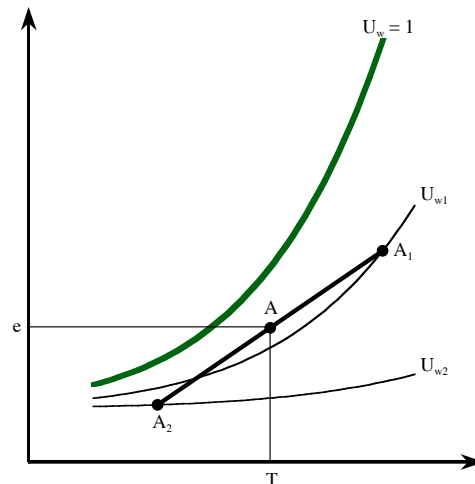
Des relations précédentes, on peut montrer aussi que

$$e \approx \frac{e_1 - e_2}{T_1 - T_2} T + \frac{e_2 T_1 - e_1 T_2}{T_1 - T_2}$$

Cette relation montre que $e = f(T) \approx m T + b$ (équation d'une droite).

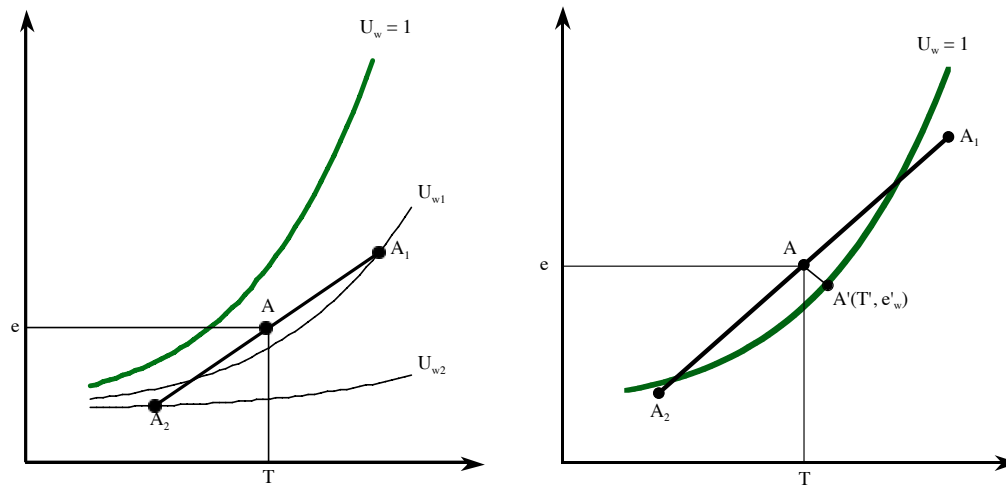
$$\left. \begin{aligned} (m_1 + m_2)T &= m_1 T_1 + m_2 T_2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{T - T_1}{T_2 - T} \\ (m_1 + m_2)e &= m_1 e_1 + m_2 e_2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{e - e_1}{e_2 - e} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{e - e_1}{e_2 - e} = \frac{T - T_1}{T_2 - T}$$

$$e \approx \frac{e_1 - e_2}{T_1 - T_2} T + \frac{e_2 T_1 - e_1 T_2}{T_1 - T_2}$$



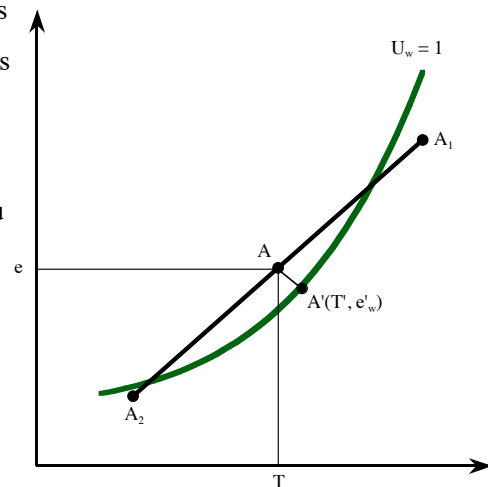
On remarque, de la courbure des lignes d'humidité relative constante, que l'humidité relative du mélange est toujours plus grande que la moyenne pondérée par la masse de U_{w1} et U_{w2} . Par exemple, pour $U_{w1} = U_{w2}$, il est évident de constater que l'humidité relative du mélange se trouve à la gauche de la courbe $U_{w1} = U_{w2}$.

Ainsi, avec deux masses d'air sous saturé il est possible d'obtenir un mélange "sursaturé". Par exemple, le mélange résultant est sursaturé et l'excès de la vapeur d'eau se condense pour atteindre la saturation au point $A'(T', e'_w)$. Les mélanges isobares sont ainsi souvent responsables de formation de brouillards.



• Mélange isenthalpique avec condensation de deux masses d'air

Il est évident sur un diagramme $e-T$ que le point A image d'un mélange isenthalpique sans condensation de deux masses d'air peut se trouver dans la région de sursaturation et ceci malgré que les deux masses, à l'état initial, n'étaient pas saturées. Puisque la sursaturation est difficilement réalisée dans l'atmosphère, la vapeur se condense sous forme de gouttelettes. Or, si on tient compte que les variations d'enthalpie du système ne dépendent pas du parcours mais seulement de son état initial et final, on peut considérer le processus comme un mélange d'air sursaturé suivi par la condensation de l'eau jusqu'au point où la tension de vapeur devient saturante. Ce dernier processus est du même type des processus isenthalpiques qu'on a déjà étudié et il peut être représenté sur le diagramme $e-T$ par la ligne droite AA' .



La quantité d'eau produite par unité de masse d'air est donnée par

$$q - q'_w \cong r - r'_w \cong \frac{\varepsilon}{p}(e - e'_w)$$

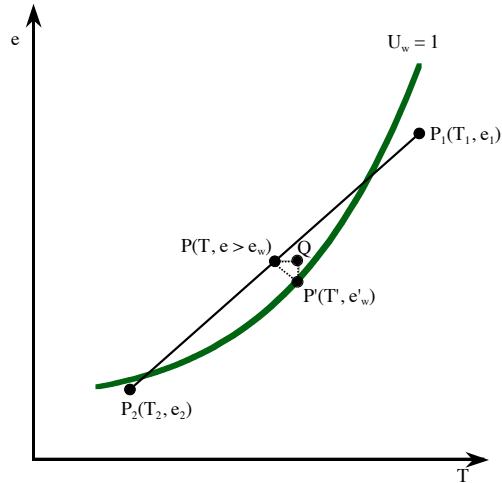
où $(e - e'_w)$ est représenté par le segment de droite P'Q. La concentration d'eau liquide par unité de volume est donnée par : $\Delta c = -\Delta \rho_v$,

où
$$\rho_v = \frac{e}{R_v T}$$

$$d\rho_v = \frac{1}{R_v T} de - \frac{e}{R_v T^2} dT$$

$$\begin{cases} T + \frac{\ell_v}{c_p} r \equiv T_e \\ r \cong \frac{\varepsilon e}{p} \\ p = cte \end{cases} \Rightarrow dT = -\frac{\ell_v}{c_p} \frac{\varepsilon}{p} de$$

$$d\rho_v = \frac{1}{R_v T} \left(1 + \frac{\ell_v}{c_p} r \frac{1}{T} \right) de$$



$$d\rho_v = \frac{1}{R_v T} \left(1 + \frac{\ell_v}{c_p} r \frac{1}{T} \right) de$$

$$T + \frac{\ell_v}{c_p} r = T_e \Rightarrow 1 + \frac{\ell_v}{c_p} r \frac{1}{T} = \frac{T_e}{T}$$

$$d\rho_v = \frac{1}{R_v T} \frac{T_e}{T} de \quad \text{mais} \quad \frac{T_e}{T} \cong 1$$

Donc:
$$\Delta c \cong -\frac{1}{R_v T} \Delta e$$

Ce processus produit du brouillard de mélange, mais sa quantité est en général très petite.

Des phénomènes familiers associés à ce processus sont:

- Exhalation de l'air des poumons
- Éjection de produits de combustion dans l'air: cheminées, traînée des jets.
- Brouillard de littoral arctique.

Expansion adiabatique dans l'atmosphère

Le processus d'expansion ou de compression adiabatique est d'une importance considérable puisqu'il décrit les transformations d'une masse d'air qui se soulève ou descend dans l'atmosphère.

Considérons une masse d'air humide sous-saturée qui se soulève de façon adiabatique dans l'atmosphère. On a déjà vu que ce processus diffère très peu de l'expansion de l'air sec ($\chi \approx \chi_d$) et l'équation qui le gouverne est donnée par

$$\theta = T \left(\frac{1000}{p} \right)^\chi \quad \text{où} \quad \chi \approx \chi_d = \frac{R_d}{c_{pd}}$$

(p en hPa).

Dans un téphigramme, ceci correspond aux *adiabatiques sèches*.

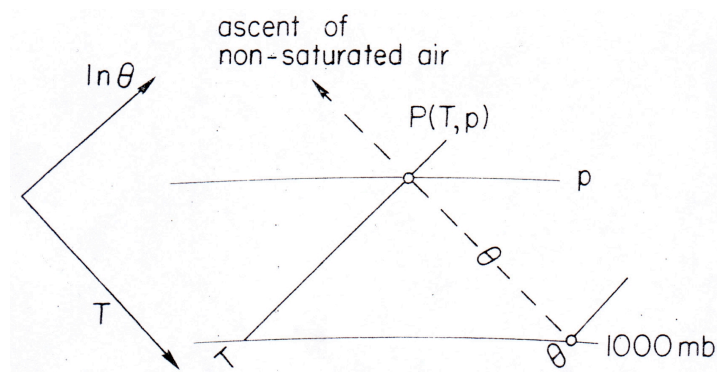
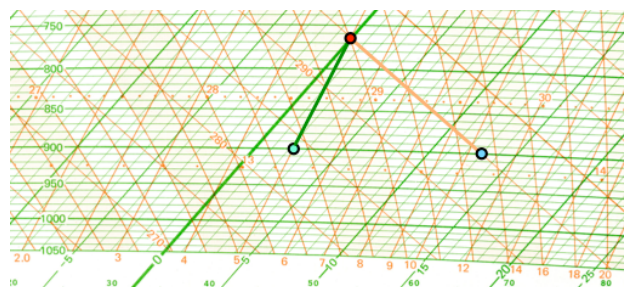


Fig. 2.6

La température T continue à diminuer de cette façon jusqu'à la saturation (où r_w devient égal à r).



Après saturation de la masse d'air, deux possibilités doivent être considérées :

- 1) L'eau qui se condense reste dans l'air (formation de nuage) et elle peut s'évaporer lorsque l'air descend (processus adiabatique réversible avec saturation)
- 2) L'eau qui se condense tombe tout de suite après sa formation (processus adiabatique "irréversible" avec saturation ou processus pseudo adiabatique).

À cause de la chaleur latente de condensation dégagée par la vapeur, la température diminue moins rapidement que pour un processus adiabatique sans saturation.

Saturation par soulèvement adiabatique

De la définition d'humidité relative on a que

$$U = \frac{e}{e_w} \Rightarrow \ln U = \ln e - \ln e_w \Rightarrow \boxed{d \ln U = d \ln e - d \ln e_w}$$

Puisque le système est fermé $\Rightarrow \frac{n_v}{n} = \frac{e}{p} = cte$

De l'équation de Poisson $T p^{-\chi} = cte$ on obtient que $T e^{-\chi} = cte'$

et par différentiation $d \ln T = \chi d \ln e$

$$\Rightarrow \boxed{d \ln U = \frac{1}{\chi} d \ln T - d \ln e_w}$$

qui avec l'équation de Clausius-Clapeyron

$$d \ln e_w = \frac{\ell_v}{R_v T^2} dT$$

devient:

$$\boxed{d \ln U = \underbrace{\frac{1}{\chi} d \ln T}_A - \underbrace{\frac{\ell_v}{R_v T^2} dT}_B}$$

$$d \ln U = d \ln e - d \ln e_w$$

$$\Downarrow$$

$$d \ln U = \underbrace{\frac{1}{\chi} d \ln T}_A - \underbrace{\frac{\ell_v}{R_v T^2} dT}_B$$

Le terme A donne le changement dû à la diminution de pression et le terme B mesure l'influence de la diminution de température et, par conséquent, de e_w .

Les deux termes sont de signe contraire, ainsi qu'une expansion adiabatique pourrait conduire à une diminution ou une augmentation de U .

Par ailleurs si on développe l'équation, on obtient que:

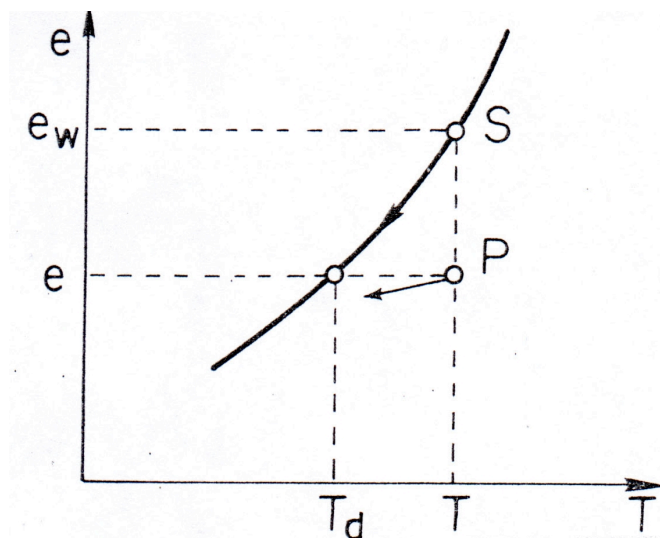
$$\frac{dU}{dT} = \frac{U}{T} \left(\frac{1}{\chi} - \frac{\ell_v}{R_v T} \right) = \frac{U}{T} \left(\frac{c_p T - \varepsilon \ell_v}{R_d T} \right)$$

et le terme entre parenthèses est < 0 si

$$T < \frac{\varepsilon \ell_v}{c_p} \approx 1500^\circ K$$

Condition qui est toujours remplie dans l'atmosphère.

Par conséquent, pendant une expansion adiabatique, U augmente lorsque T diminue



Si on intègre l'équation

$$d \ln U = \frac{1}{\chi} d \ln T - \frac{\ell_v}{R_v T^2} dT \quad \text{on a que} \quad \ln \frac{U}{U_0} = \frac{1}{\chi} \ln \frac{T}{T_0} + \frac{\ell_v}{R_v} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)$$

où T_0 et U_0 sont les conditions initiales de la masse d'air.

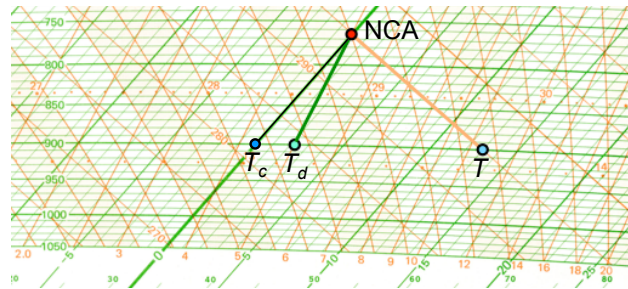
Or, si on pose $U = 1$ à la température T_c , on a que

$$\boxed{-\ln U_0 = \frac{1}{\chi} \ln \frac{T_c}{T_0} + \frac{\ell_v}{R_v} \left(\frac{1}{T_c} - \frac{1}{T_0} \right)}$$

qui peut être résolu pour donner la **température de condensation** T_c .

On verra plus loin que sur une adiabatique sèche, la température diminue à peu près de

10°C par km. Le niveau où la masse d'air devient saturée par soulèvement adiabatique est appelé "niveau de condensation par soulèvement adiabatique" (NCA).



Processus adiabatique réversible avec saturation

Considérons un système thermodynamique constitué d'une masse de nuage (air saturé + eau) qui se soulève et qui se dilate de façon adiabatique réversible (le processus est par conséquent isentropique). L'entropie de ce système est donnée par

$$dS = m_d c_{pd} d \ln \theta_d + m_t c_w d \ln T + d \left(\frac{m_v \ell_v}{T} \right) \equiv 0$$

où $m_t = m_w + m_v$. En remplaçant $c_{pd} d \ln \theta_d = c_{pd} d \ln T - R_d d \ln p_d$ et en regroupant les termes :

$$(m_d c_{pd} + m_t c_w) d \ln T - m_d R_d d \ln p_d + d \left(\frac{m_v \ell_v}{T} \right) \equiv 0$$

Si on divise par m_d l'équation précédente:

Atmos-2.43

$$(c_{pd} + r_{t,w} c_w) d \ln T - R_d d \ln p_d + d \left(\frac{r_w \ell_v}{T} \right) \equiv 0$$

Cette équation décrit le processus adiabatique réversible avec saturation où $r_{t,w}$ est une constante, $r_w = \varepsilon e_w / p_d$ et e_w sont une fonction de T . Par conséquent, l'équation donne une relation entre T et p_d et elle détermine une courbe sur un diagramme thermodynamique.

Version approchée

Si on néglige le terme $r_{t,w} c_w (*)$ par rapport à c_{pd} et e_w par rapport à p_d , on obtient

que
$$c_{pd} d \ln T - R_d d \ln p + d \left(\frac{r_w \ell_v}{T} \right) \approx 0$$

Et si on considère que ℓ_v varie peu par rapport à T , on a que

$$c_{pd} d \ln T - R_d d \ln p + \ell_v d \left(\frac{r_w}{T} \right) \approx 0$$

(*) Si $T \uparrow \uparrow$, l'approximation est mauvaise. Si $r_{t,w} \approx 50 \text{ g kg}^{-1}$, $r_{t,w} c_w$ est $\approx 20\%$ de c_{pd} .

Processus pseudoadiabatique

Atmos-2.44

L'équation du processus adiabatique réversible avec saturation

$$(c_{pd} + r_{t,w} c_w) d \ln T - R_d d \ln p_d + d \left(\frac{r_w \ell_v}{T} \right) \equiv 0$$

dépend de la valeur de $r_{t,w}$ qui est une constante arbitraire pour chaque système

considéré. Pour un état (T, p) donné, le rapport de mélange saturant r_w est une quantité déterminée, mais le rapport de mélange de l'eau, m_w / m_d , est un paramètre arbitraire du système. Par conséquent, pour chaque point d'un diagramme, il y a un nombre infini de

lignes adiabatiques réversibles avec saturation qui passent et, à cause du terme dépendant du contenu en eau liquide, elles diffèrent très peu l'une de l'autre. Pour éviter cet inconvénient, sur les diagrammes aérologiques, on utilise un autre processus qui permet de définir de façon univoque l'expansion saturée d'une masse d'air. Ceci est appelé le processus pseudoadiabatique, où on considère que l'eau qui se condense est éliminée du système au fur et à mesure qu'elle est produite. Dans ce cas, **le système n'est plus fermé**.

On a donc qu'à chaque instant,

$$m_w = 0 \text{ et } r_{t,w} = r_w$$

Or, on peut considérer que la condensation et l'élimination de la masse dm_w d'eau se succèdent en deux étapes:

- i. Expansion adiabatique réversible avec saturation et condensation de la masse dm_w d'eau et
- ii. L'eau quitte le système.

On connaît déjà l'équation de la première étape:

$$(c_{pd} + r_w c_w) d \ln T - R_d d \ln p_d + d \left(\frac{r_w \ell_v}{T} \right) \equiv 0$$

Dans la deuxième étape, l'entropie du système diminue de $(-s_w dm_w)$, mais ceci ne change pas les valeurs de T et p du système. Par conséquent, l'équation ci-dessus décrit les variations de T et p lors d'un processus pseudoadiabatique. Si on l'intègre (on doit se rappeler que r_w dépend de T tandis que $r_{t,w}$ n'en dépendait pas):

$$c_{pd} \ln T + c_w \int r_w d \ln T - R_d \ln p_d + \frac{r_w \ell_v}{T} \equiv cte$$

Processus pseudoadiabatique : Équation approchée

$$(c_{pd} + r_w c_w) d \ln T - R_d d \ln p_d + d \left(\frac{r_w \ell_v}{T} \right) \equiv 0$$

C'est simple voir que lorsqu'on néglige $r_w c_w$ par rapport à c_{pd} , $p \equiv p_d$ et $\ell_v = cte$, les équations approchées du processus pseudoadiabatique et du processus réversible sont identiques :

$$c_{pd} d \ln T - R_d d \ln p + \ell_v d \left(\frac{r_w}{T} \right) \approx 0$$

Le refroidissement est un petit peu plus grand pour le processus pseudoadiabatique que pour les processus réversibles.

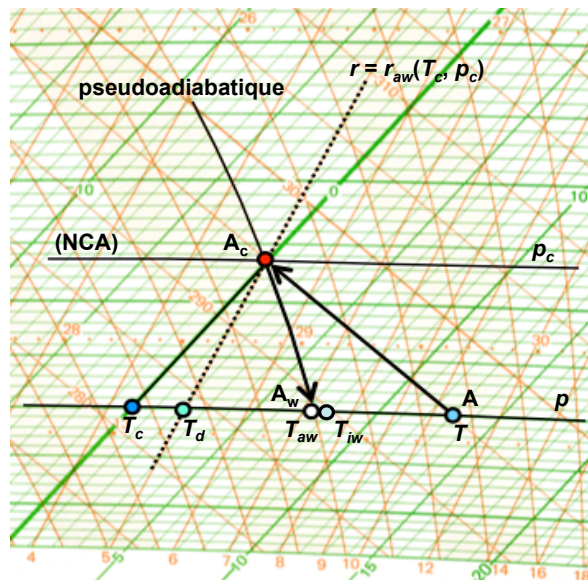
Pendant un processus de compression pseudoadiabatique, on doit considérer que l'eau est introduite à la température instantanée du système au taux nécessaire pour maintenir la saturation.

Température pseudo-adiabatique équivalente et du thermomètre mouillée

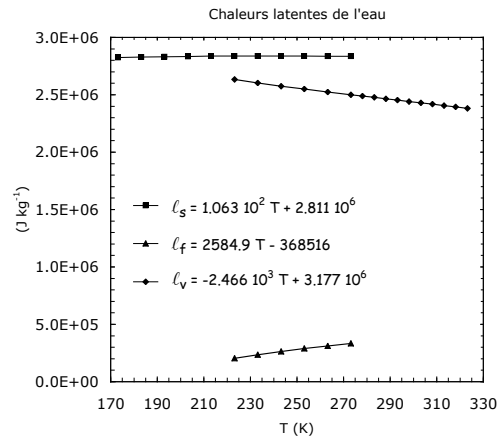
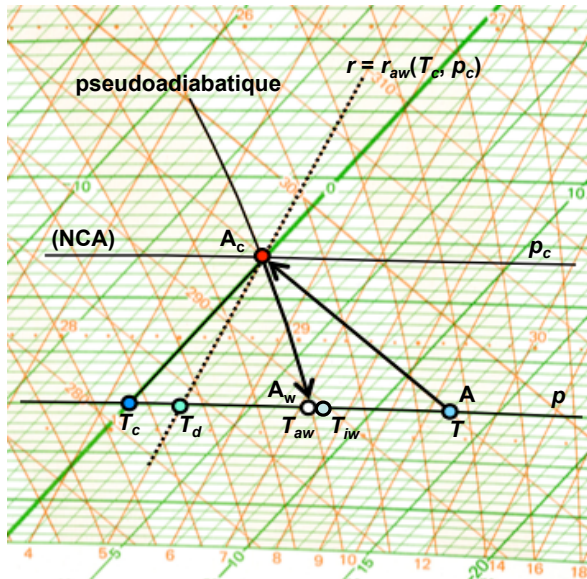
Les relations trouvées précédemment pour T_{iw} et T_{ie} ne peuvent être utilisées adéquatement dans un téphigramme afin de déterminer T_w et T_e . Cependant, on peut définir deux autres paramètres T_{aw} et T_{ae} , qui représentent respectivement la saturation par évaporation et l'assèchement d'une masse d'air lors d'un processus pseudoadiabatique.

Température pseudoadiabatique du thermomètre mouillée.

Considérons une masse d'air humide non-saturée $A(T, P, r)$ qui se soulève de façon adiabatique jusqu'à saturation $A_c(T_c, p_c, r = r_{aw})$. La masse d'air retourne, par un processus pseudoadiabatique, au niveau de pression initial p en introduisant la quantité d'eau nécessaire pour maintenir par évaporation la saturation par rapport à l'eau. Une fois rendue au niveau de pression p , la masse d'air $A_w(T_{aw}, p, r_{aw}(T_{aw}, p) > r)$ se trouve saturée avec une température T_{aw} correspondant à la **température adiabatique du thermomètre mouillée**. On peut montrer que $T_{iw} > T_{aw}$ et $\max |T_{aw} - T_{iw}| < 0.5^\circ\text{C}$. Puisque T_{aw} peut être facilement déterminé à partir d'un téphigramme, T_{aw} est souvent utilisé pour estimer la température du thermomètre mouillée.



$$T_{iw} > T_{aw} \text{ et } \max |T_{aw} - T_{iw}| < 0.5 \text{ } ^\circ\text{C}$$



Température pseudoadiabatique équivalente

Supposons que la masse d'air au niveau NCA poursuit son expansion indéfiniment jusqu'à ce que le contenu en vapeur d'eau de la masse d'air devienne

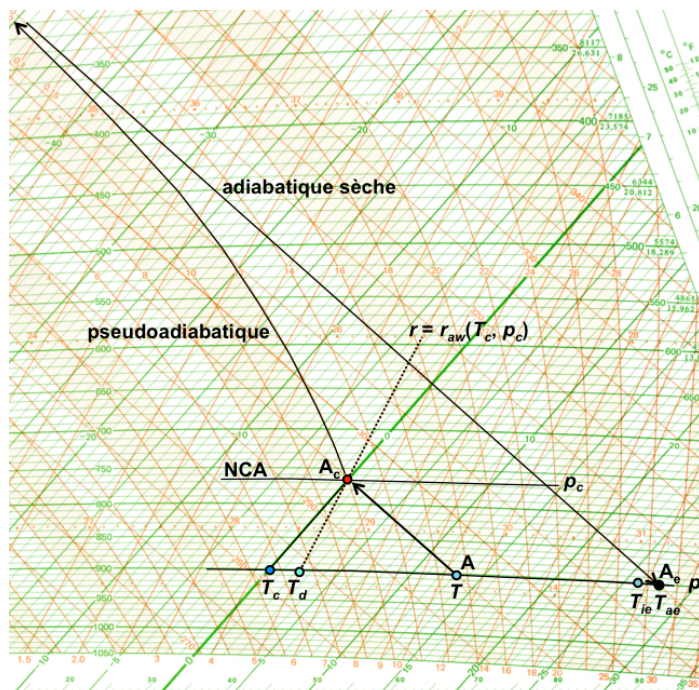
négligeable. La pseudoadiabatique tend ainsi à devenir parallèle aux adiabatiques sèches. Comprimons alors la masse d'air asséchée jusqu'au niveau de pression initial p . Dans ce dernier stade du processus, la masse d'air est comprimée selon un processus adiabatique sec ($\theta = \text{cte}$).

Revenue au niveau de pression initial p , la masse d'air $A_e(T_{ae}, p, r = 0)$ est à une température T_{ae} qui représente la

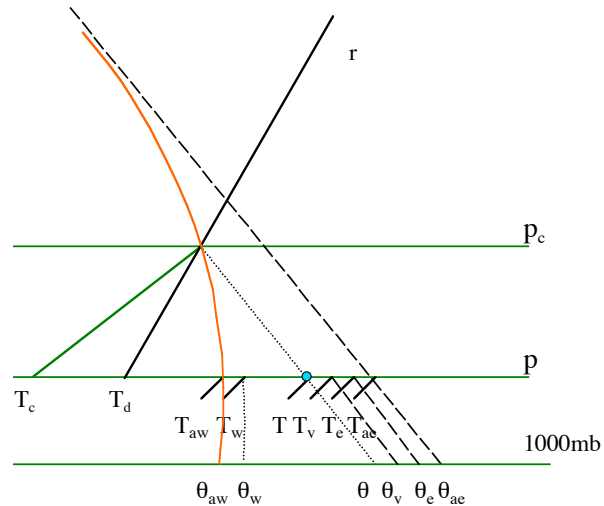
température adiabatique

équivalente. On peut montrer que

$$T_{ae} > T_{ie}.$$



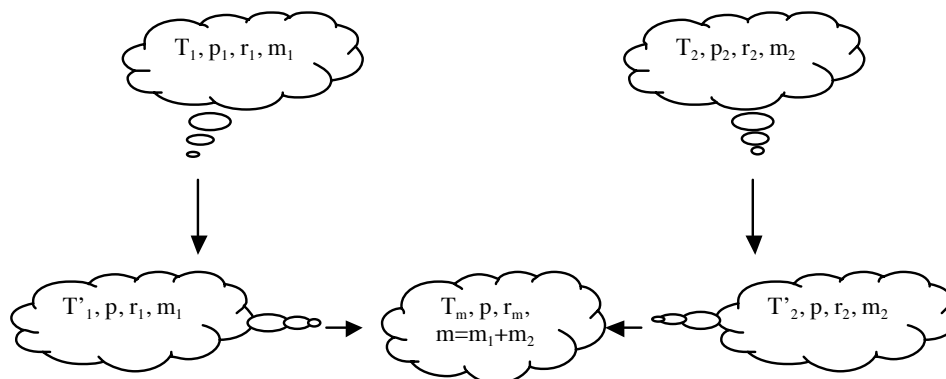
Si, dans le cas du processus pseudoadiabatique du thermomètre mouillé, on prolonge l'adiabatique saturée jusqu'au niveau de 1000 hPa par définition l'intersection détermine la température potentielle pseudoadiabatique du thermomètre mouillé θ_{aw} . De façon similaire, le prolongement de l'adiabatique sèche du processus pour T_{ae} jusqu'au niveau de 1000 mb définit la température potentielle adiabatique équivalente θ_{ae} . On a ainsi défini les principaux paramètres d'humidité. À la figure, on présente un schéma qui regroupe l'ensemble des paramètres d'humidité considérés.



Processus de mélange de masses d'air

- Mélange adiabatique (mélange vertical)

Considérons deux masses d'air non saturé qui se mélangent au même niveau de pression après avoir effectué initialement des expansions ou des compressions adiabatiques.



Au moyen des processus adiabatiques effectués par chacune des masses d'air, on peut représenter les températures T'_1 et T'_2 par

$$T'_1 = T_1 \left(\frac{p}{p_1} \right)^\chi \quad \text{et} \quad T'_2 = T_2 \left(\frac{p}{p_2} \right)^\chi$$

Aussi on obtient pour le mélange horizontal que

$$r_m \approx \frac{(m_1 r_1 + m_2 r_2)}{m}$$

$$T_m \approx \frac{m_1 T'_1 + m_2 T'_2}{m}$$

et

$$\theta_m \approx \frac{m_1 \theta_1 + m_2 \theta_2}{m}$$

Lors d'un **mélange vertical d'une couche** de l'atmosphère d'une épaisseur $\Delta p = p_1 - p_2$, on peut imaginer que le processus s'effectue en amenant la couche entière à un même niveau de pression p et que par la suite, après mélange isobare, la couche se redistribue dans l'intervalle original Δp . Considérant la **masse par unité de surface δm** d'une couche infinitésimale δz et supposant l'équilibre hydrostatique $\left(\frac{dp}{dz} = -\rho g \right)$: 

$$\delta m = \rho \delta z = -\frac{1}{g} \delta p$$

on obtient que

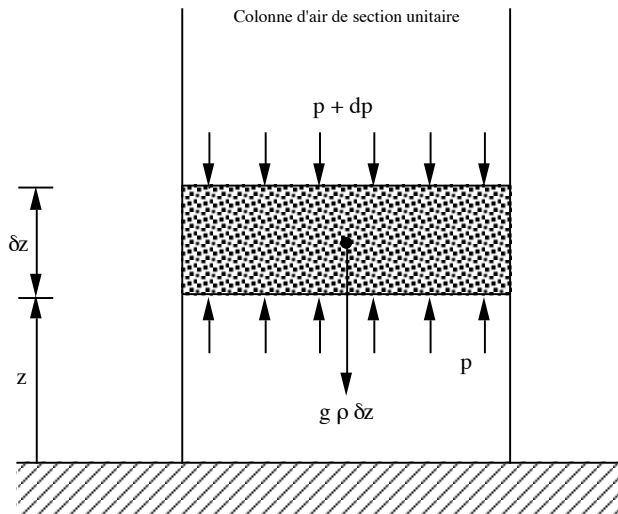
$$\theta_m \approx \frac{\int_0^m \theta dm}{m} = \frac{\int_0^z \theta \rho dz}{\int_0^z \rho dz} = -\frac{1}{p_1 - p_2} \int_{p_1}^{p_2} \theta dp$$

Le profil final de la température T de la couche Δp est donné par

$$T = \theta_m \left(\frac{p}{1000} \right)^\chi$$

Équation hydrostatique

Malgré les mouvements incessants qui la brassent, l'atmosphère peut être assimilée à un fluide au sein duquel règne un équilibre vertical. Cette situation se traduit par l'équilibre entre la force due au gradient vertical de pression et la gravité.

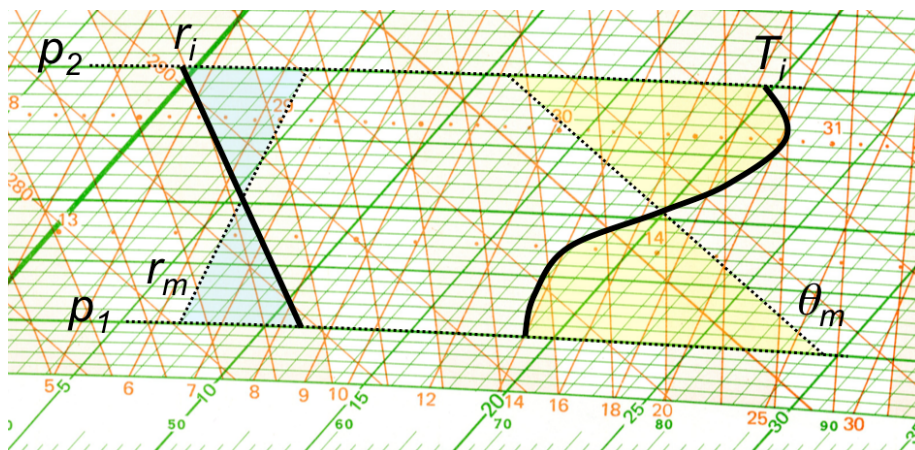


Équation hydrostatique

$$p - (p + \delta p) - g \rho \delta z = 0$$

$$\begin{aligned} \delta p &= -g \rho \delta z \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= -\rho g \\ g \delta z &= -\alpha \delta p \end{aligned}$$

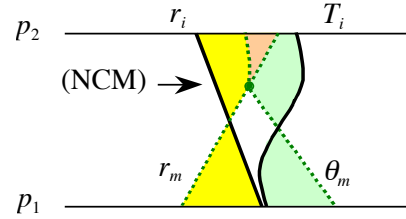
Mélange vertical sans condensation



Dans le cas illustré, les profils initiaux du rapport de mélange et de la température de la couche (r_i et T_i) produisent un mélange vertical sous saturé.

Mélange vertical avec condensation

Dans un cas où la ligne r_m rencontre la ligne de θ_m , de la condensation se produit pour les niveaux supérieurs au point de rencontre NCM (*Niveau de Condensation par Mélange*).



$$\left. \begin{aligned} r_m &= \varepsilon \frac{e_w(T)}{p - e_w(T)} \\ \theta_m &= T \left(\frac{p_0}{p} \right)^\chi \end{aligned} \right\} \Rightarrow (T_{NCM}, p_{NCM}, r_m)$$

Dès ce niveau, le profil final de température est distribué à partir d'un processus adiabatique saturé

$$\int_{NCM}^{T, p_2, r_w} (c_{pd} + r_w c_w) d \ln T - \int_{NCM}^{T, p_2, r_w} R_d d \ln p_d + \int_{NCM}^{T, p_2, r_w} d \left(\frac{r_w \ell_v}{T} \right) = 0$$

et de la vapeur d'eau se condense :

$$m_w = \int_0^m (r_m - r_w) dm = \int_{NCM}^z (r_m - r_w) \rho dz = -\frac{1}{g} \int_{p_{NCM}}^{p_2} (r_m - r_w) dp$$