

Physique de l'atmosphère : Thermodynamique de l'atmosphère

Stabilité verticale

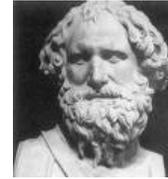
71722 WMW Maniwaki Observations at 12Z 10 Jan 2008

Atmos-3.2

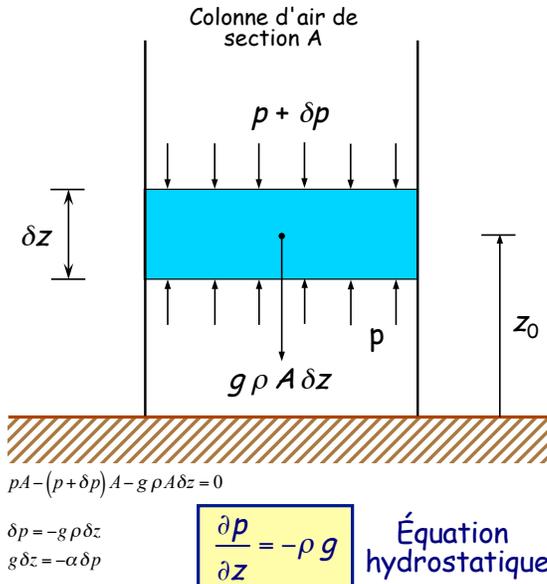
71722 WMW Maniwaki					71722 WMW Maniwaki							
Idn	Id	Station Name	St	Co	Lat	Lon	Elev	Pressure	Temp	Dew Point	Dir	Speed
71722	CMMW	Maniwaki	QB	CA	46:23N	075:58W	173	[hPa]	[C]	[C]	[deg]	[kts]
995.0	-0.9	-6.9	340	5	300.0	-50.7	-57.7	275	107			
993.0	-0.9	-11.9	333	7	293.0	-51.5	-61.5	279	109			
987.0	-1.5	-6.5	313	13	291.2	-51.5	-62.0	280	109			
978.9	-2.1	-6.5	285	21	282.0	-51.5	-64.5	280	114			
942.6	-4.9	-6.6	275	23	265.0	-53.6	-67.2	280	123			
932.0	-5.7	-6.6	281	22	260.0	-54.3	-68.0	280	123			
925.0	-6.3	-7.2	285	22	251.0	-55.5	-69.5	280	119			
907.1	-7.5	-8.2	285	23	250.0	-55.5	-69.5	280	118			
872.1	-9.9	-10.1	270	25	239.0	-53.7	-72.7	280	106			
852.0	-11.3	-11.3	297	26	229.8	-54.9	-76.1	280	96			
850.0	-11.1	-11.1	300	26	215.0	-56.9	-81.9	275	88			
844.0	-6.9	-8.9	300	27	205.0	-55.9	-81.9	272	83			
843.0	-6.9	-8.6	300	27	202.0	-53.3	-81.3	271	81			
838.5	-6.4	-11.9	300	27	200.0	-53.7	-82.7	270	80			
831.0	-5.5	-17.5	300	28	199.0	-53.5	-82.9	270	79			
806.3	-6.8	-21.2	300	32	190.0	-51.1	-85.1	275	84			
775.3	-8.6	-26.1	305	31	189.8	-51.1	-85.1	275	84			
752.0	-9.9	-29.9	297	34	172.7	-53.7	-86.4	285	70			
745.5	-9.7	-35.0	295	35	164.0	-55.1	-87.1	280	63			
741.0	-9.5	-38.5	295	35	158.0	-54.3	-87.3	276	59			
716.5	-11.2	-39.0	295	37	150.0	-56.3	-88.3	270	52			
700.0	-12.3	-39.3	290	41	149.7	-56.4	-88.4	265	48			
690.0	-13.1	-41.1	288	41	144.0	-57.9	-89.9	261	50			
678.0	-12.7	-50.7	285	42	135.9	-58.5	-90.0	255	54			
668.0	-11.5	-36.5	283	42	128.0	-59.1	-90.1	263	61			
659.0	-11.7	-28.7	281	42	117.4	-63.1	-92.4	275	72			
641.0	-12.1	-28.1	276	43	116.0	-63.7	-92.7	275	70			
635.6	-12.6	-28.2	275	43	111.7	-63.3	-91.8	270	63			
586.4	-17.7	-29.0	280	47								
583.0	-18.1	-29.1	280	47								
539.8	-21.9	-29.8	280	52								
500.0	-25.7	-30.5	270	52								
496.9	-26.0	-30.4	265	56								
486.0	-26.9	-30.2	269	56								
458.0	-30.3	-36.3	279	57								
456.6	-30.4	-37.5	280	57								
444.0	-31.3	-48.3	279	61								
428.0	-32.9	-51.9	278	66								
400.0	-36.9	-48.9	275	76								
395.0	-37.5	-47.5	276	77								
381.0	-39.5	-56.5	278	81								
366.7	-41.8	-55.4	280	85								
327.0	-48.7	-51.9	280	88								
319.8	-49.4	-53.1	280	89								
306.0	-50.7	-55.4	277	101								

- Les données surlignées en jaune indiquent les niveaux normatifs des sondages.
- À partir de l'équilibre hydrostatique et des données de pression, de température et d'humidité, il est possible de calculer les hauteurs géopotentielles correspondantes aux observations.

Équilibre hydrostatique



Malgré ses mouvements continuels, l'atmosphère dans la verticale est presque à l'équilibre hydrostatique.



$$-g + \left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 0$$

$$-m g + \left(-\frac{m}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 0$$

$$-\underbrace{m g}_{\text{Force* de gravité}} + \underbrace{\left(-\frac{m}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \right)}_{\text{Poussée d'Archimède}} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\Sigma F = 0} \quad \text{Équilibre hydrostatique}$$

* **Attention** : En sciences de l'atmosphère, on utilise fréquemment force comme synonyme de force par unité de masse, c.-à-d. d'accélération!

Atmos-3.4

La hauteur géopotentielle

- L'énergie géopotentielle, Φ , correspond au travail accompli contre la gravité en élevant une masse de 1 kg du MSL jusqu'à la hauteur géométrique, z , où la masse est située.

$$d\Phi \triangleq g dz \quad \rightarrow \quad \boxed{\Phi(z) = \int_{MSL}^z g dz}$$

- La hauteur géopotentielle, z , est définie par

$$z \triangleq \frac{\Phi(z)}{g_0} = \frac{1}{g_0} \int_{MSL}^z g dz$$

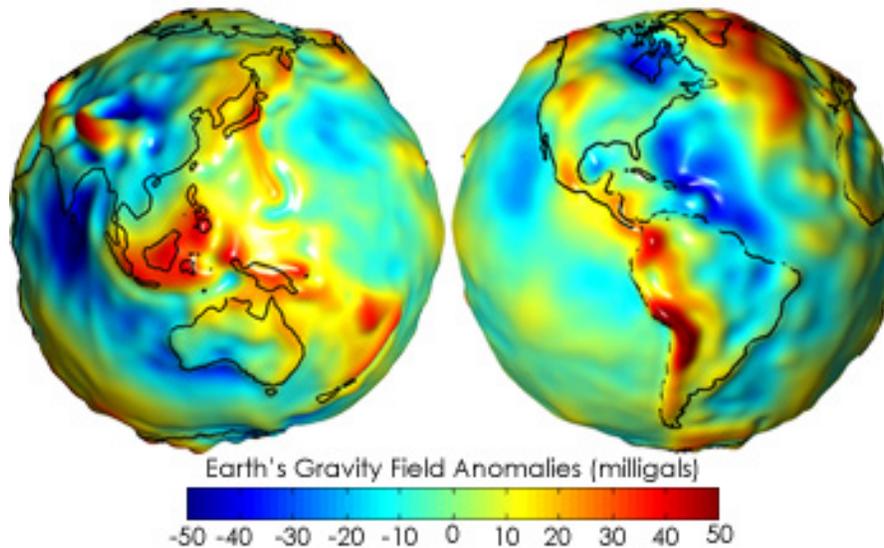
 \Rightarrow

$$g_0 dz = g dz$$

où $g_0 = 9.80665$ m s⁻² est la moyenne globale de l'accélération de gravité au MSL.

- Bien que la hauteur géopotentielle z et géométrique z soient proches en valeur, elles n'indiquent pas la même grandeur.

Anomalies de la gravité terrestre



$$1 \text{ gal} = 1 \text{ cm s}^{-2} = 0.01 \text{ m s}^{-2}$$

Epaisseur géopotentielle d'une couche

$$\left\{ \begin{array}{l} d\Phi = g \, dz \\ \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \\ p = \rho R_d T_v \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} d\Phi = g \, dz = -\alpha \, dp \\ \alpha = \frac{R_d T_v}{p} \end{array} \right. \quad \rightarrow \quad d\Phi = g \, dz = -R_d T_v \frac{dp}{p}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_2 - \Phi_1 = -R_d \int_{p_1}^{p_2} T_v \frac{dp}{p} \\ z \triangleq \frac{\Phi(z)}{g_0} \end{array} \right. \quad \Rightarrow \quad \boxed{z_2 - z_1 = -\frac{R_d}{g_0} \int_{p_1}^{p_2} T_v \frac{dp}{p}}$$

L'équation hypsométrique

$$z_2 - z_1 = -\frac{R_d}{g_0} \int_{p_1}^{p_2} T_v \frac{dp}{p}$$

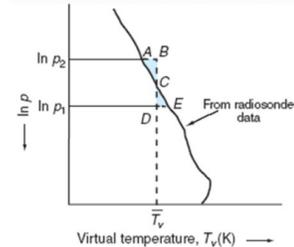


$$z_2 - z_1 = \frac{R_d \bar{T}_v}{g_0} \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

Pressure [hPa]	Temp [C]	Dew Point [C]	Dir [deg]	Speed [kts]	Height [M]
995.0	-0.9	-6.9	340	5	173
993.0	-0.9	-11.9	333	7	189
987.0	-1.5	-6.5	313	13	239
978.9	-2.1	-6.5	285	21	305
942.6	-4.9	-6.6	275	23	610
932.0	-5.7	-6.6	281	22	702
925.0	-6.3	-7.2	285	22	762
907.1	-7.5	-8.2	285	23	914
872.1	-9.9	-10.1	270	25	1219
852.0	-11.3	-11.3	297	26	1400
850.0	-11.1	-11.1	300	26	1418
844.0	-6.9	-8.9	300	27	1473
843.0	-6.9	-8.6	300	27	1482
838.5	-6.4	-11.9	300	27	1524
831.0	-5.5	-17.5	300	28	1594
806.3	-6.8	-21.2	300	32	1829
775.3	-8.6	-26.1	305	31	2134
752.0	-9.9	-29.9	297	34	2371
745.5	-9.7	-35.0	295	35	2438
741.0	-9.5	-38.5	295	35	2485
716.5	-11.2	-39.0	295	37	2743
700.0	-12.3	-39.3	290	41	2922
690.0	-13.1	-41.1	288	41	3032
678.0	-12.7	-50.7	285	42	3165
668.0	-11.5	-36.5	283	42	3279
659.0	-11.7	-28.7	281	42	3383
641.0	-12.1	-28.1	276	43	3594
635.6	-12.6	-28.2	275	43	3658

← H_a

$$\bar{T}_v \triangleq \frac{\int_{p_2}^{p_1} T_v \frac{dp}{p}}{\ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)}$$



- Les hauteurs ainsi obtenues sont **géopotentielle**s. Elles sont le résultat d'un calcul et non d'une mesure de l'altitude à laquelle la radiosonde se trouve.
- H_a est l'élévation de la station.

z versus p

- Par l'entremise de \bar{T}_v , il existe ainsi une correspondance biunivoque entre la pression et la hauteur géopotentielle dans l'atmosphère.

$$z_2 - z_1 = \frac{R_d \bar{T}_v}{g_0} \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) \Rightarrow z = H_a + \frac{R_d \bar{T}_v}{g_0} \ln\left(\frac{p_s}{p}\right)$$

où $\bar{T}_v = \frac{\int_{p_s}^p T_v \frac{dp}{p}}{\ln\left(\frac{p}{p_s}\right)}$ et p_s est la pression de surface.

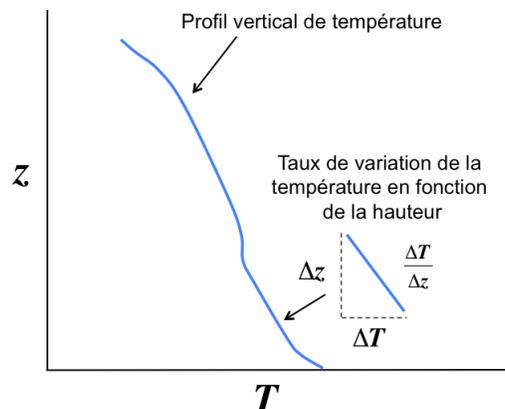
Gradient vertical de température de l'environnement

Le **gradient vertical de température de l'environnement** est défini comme étant le **taux de décroissance de la température en fonction de la hauteur*** :

$$\gamma \triangleq -\frac{dT}{dz}$$

Par analogie, le **gradient vertical de température virtuelle de l'environnement** est défini :

$$\gamma_v \triangleq -\frac{dT_v}{dz}$$



* Dorénavant, « hauteur » est synonyme de « hauteur géopotentielle ».

Atmosphère à gradient constant γ_v

Définition de gradient : $\gamma_v \triangleq -\frac{dT_v}{dz} \rightarrow T_v = T_{v0} - \gamma_v z$

Équation hydrostatique : $\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g_0$

Équation gaz idéaux : $p = \rho R_d T_v$

$$\Rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{g_0}{R_d \gamma_v} \frac{dT_v}{T_v} \rightarrow \frac{p}{p_0} = \left(\frac{T_v}{T_{v0}} \right)^{g_0/R_d \gamma_v} \rightarrow p = p_0 \left(1 - \frac{\gamma_v z}{T_{v0}} \right)^{g_0/R_d \gamma_v}$$

Atmosphère adiabatique sèche

Si $\gamma_v = \frac{g_0}{c_{pd}} \triangleq \Gamma_d \approx 9.76 \text{ deg km}^{-1} \Rightarrow T_v = T_{v0} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{R_d}{c_{pd}}} = T_{v0} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\chi_d}$ qui correspond à une des équations de Poisson décrivant l'expansion adiabatique de l'air sec.

Soulèvement adiabatique d'une parcelle d'air sec

Parcelle

Environnement

PPT pour une parcelle d'air sec : $\delta q_p = c_{pd} dT_p - \alpha_p dp_p$

De l'équation hydrostatatique :

$$\frac{\partial p_E}{\partial z} = -\rho_E g_0$$

$$dp_E = -\rho_E g_0 dz$$

De l'équation des gaz parfaits : $\alpha_p = \frac{R_d T_p}{p_p}$, et

$$\rho_E = \frac{p_E}{R_d T_E}$$

De l'équilibre mécanique : $p_p = p_E = p$

Par contrainte adiabatique : $\delta q_p = 0$

$$\Rightarrow 0 = c_{pd} dT_p + \frac{R_d T_p}{p} \frac{dp}{R_d T_E} g_0 dz$$

$$\Rightarrow \left(\frac{dT_p}{dz} \right)_{ad} = - \frac{g_0 T_p}{c_{pd} T_E}$$

Soulèvement adiabatique d'une parcelle d'air sec

Puisque la température de la parcelle n'est pas trop différente de celle de l'environnement, $T_p/T_E \approx 1$, le résultat se simplifie à

$$-\left(\frac{dT_p}{dz} \right)_{ad} \approx \frac{g_0}{c_{pd}} \triangleq \Gamma_d \approx 9.76 \text{ deg km}^{-1}$$

Le **taux de refroidissement** d'une parcelle d'air sec est donc égal au gradient vertical pour une atmosphère adiabatique sèche.

Soulèvement adiabatique d'une parcelle d'air humide

Lors de l'ascension d'une parcelle d'air humide, on a que

$$\left. \begin{aligned} \delta q_p &= c_p dT_p - \alpha_p dp_p \\ p_p &= p_E = p \\ dp_E &= -\frac{p_E}{R_d T_{VE}} g_0 dz \end{aligned} \right\} \rightarrow 0 = c_p dT_p + \frac{R_d T_{VP}}{p} \frac{p}{R_d T_{VE}} g_0 dz \rightarrow -\left(\frac{dT_p}{dz}\right)_{ah} = \frac{g_0 T_{VP}}{c_p T_{VE}}$$

Puisque la température virtuelle de la parcelle n'est pas trop différente de celle de l'environnement, $T_{VP}/T_{VE} \approx 1$, et que $c_p = c_{pd} (1 + 0.87q)$, le résultat se simplifie à

$$-\left(\frac{dT_p}{dz}\right)_{ah} \approx \frac{g_0}{c_p} \triangleq \Gamma_h = \frac{\Gamma_d}{1 + 0.87q} \approx \Gamma_d (1 - 0.87q) \approx \Gamma_d$$

et donc Γ_h est presque égal à Γ_d .

Soulevement adiabatique d'une parcelle d'air saturée

Pour une parcelle d'air saturé, on a que $\delta q_p = c_p dT + \frac{T_{VP}}{T_{VE}} g_0 dz$ où $\frac{T_{VP}}{T_{VE}} \approx 1$,

et la variation δq_p de la quantité de chaleur due à la condensation de la vapeur d'eau est

$$\delta q_p = -\ell dr_w$$

donc

$$-\ell dr_w \approx c_p dT + g_0 dz$$

$$\frac{dT}{dz} \approx -\frac{\ell}{c_p} \frac{dr_w}{dz} - \frac{g_0}{c_p} \quad \text{ou} \quad \frac{dT}{dz} \approx -\frac{\ell}{c_p} \frac{dr_w}{dT} \frac{dT}{dz} - \frac{g_0}{c_p}$$

$$\Rightarrow \Gamma_s \equiv \left(-\frac{dT}{dz}\right)_s \approx \frac{\Gamma_h}{1 + \frac{\ell}{c_p} \frac{dr_w}{dT}}$$

Car $\frac{dr_w}{dT} > 0 \Rightarrow \Gamma_s < \Gamma_d$ Pour $\begin{cases} z \approx 0, & \Gamma_s \approx 4 \text{ deg km}^{-1} \\ z \approx 7 \text{ km}, & \Gamma_s \approx 6 \sim 7 \text{ deg km}^{-1} \\ z \approx \text{Tropopause}, & \Gamma_s \approx \Gamma_d \end{cases}$

Stabilité

□ Méthode de la parcelle d'air :

✧ Déplacement infinitésimal virtuel

➤ Stabilité statique

✧ Déplacement fini

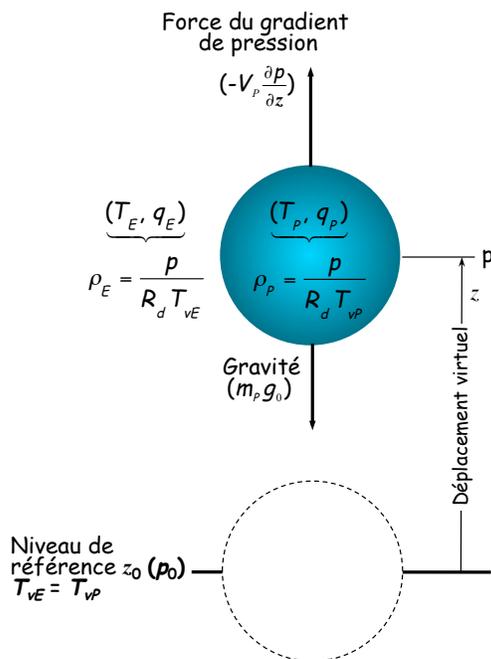
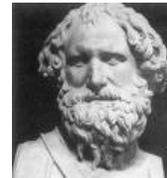
➤ Oscillations dans une couche stable

➤ Instabilité conditionnelle latente

□ Déplacement d'une couche d'air

➤ Instabilité convective

Méthode de la parcelle d'air Déplacement infinitesimal virtuel Stabilité statique



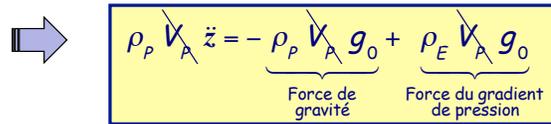
$$\bullet \quad m a = \sum F$$

$$m_p \ddot{z} = -m_p g_0 + \left(-V_p \frac{\partial p}{\partial z} \right)$$

$$\bullet \quad \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho_E g_0 \quad \text{L'environnement est à l'équilibre hydrostatique}$$

$$\Rightarrow m_p \ddot{z} = -m_p g_0 + (\rho_E V_p g_0)$$

$$\Rightarrow \rho_p V_p \ddot{z} = \underbrace{-\rho_p V_p g_0}_{\text{Force de gravité}} + \underbrace{\rho_E V_p g_0}_{\text{Force du gradient de pression}}$$



$$\rho_P \ddot{z} = - \underbrace{\rho_P g_0}_{\text{Force de gravité}} + \underbrace{\rho_E g_0}_{\text{Force du gradient de pression}}$$

La parcelle d'air n'est donc pas en équilibre. Elle subit une force de poussée par unité de volume (F_B) égale à la résultante entre la force de gravité et celle due au gradient de pression :

$$\rho_P \ddot{z} = \rho_E g_0 - \rho_P g_0 = F_B$$

$$\ddot{z} = g_0 \frac{\rho_E - \rho_P}{\rho_P}$$

Par la loi de gaz idéaux

$$\rho = \frac{p}{R_d T_v}$$

\Rightarrow

$$\ddot{z} = g_0 \frac{\rho_E - \rho_P}{\rho_P} = g_0 \frac{T_{vP} - T_{vE}}{T_{vE}}$$

Or

$$T_{vE} = T_{v0} - \gamma_v z$$

$$T_{vP} = T_{v0} - \gamma'_v z$$

L'indice "0" indique le niveau de référence et donc

$$T_{vP} - T_{vE} = (\gamma_v - \gamma'_v) z$$

et $\ddot{z} = \frac{g_0}{T_{vE}} (\gamma_v - \gamma'_v) z$ $\ddot{z} + N^2 z = 0$

où $N^2 = \frac{g_0}{T_{vE}} (\gamma'_v - \gamma_v)$

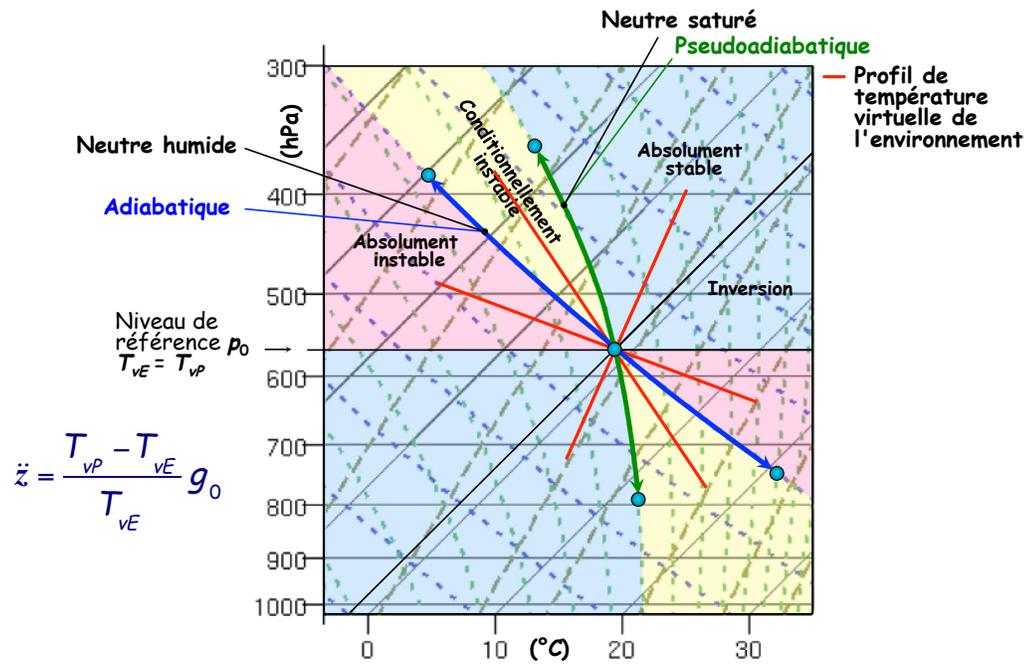
Les solutions de cette équation ont la forme

$$z = A e^{iNt} \quad (*)$$

- i) $\gamma_v > \gamma'_v$: cas instable, $N^2 < 0$ et après avoir été déplacée la parcelle d'air continue à s'éloigner de sa position de départ.
- ii) $\gamma_v = \gamma'_v$: cas neutre, $N^2 = 0$ et après avoir été déplacée la parcelle d'air reste en équilibre à la nouvelle position.
- iii) $\gamma_v < \gamma'_v$: cas stable, $N^2 > 0$ et après avoir été déplacée la parcelle d'air tend à retourner à sa position originale.

*) i : unité imaginaire

Stabilité statique à l'aide du Skew-T



Critères de stabilité statique

Pour une parcelle d'air humide $\gamma'_v \approx \Gamma_d \Rightarrow \gamma_v \gtrless \Gamma_d$

et pour une parcelle d'air saturé $\gamma'_v = \Gamma_s \Rightarrow \gamma_v \gtrless \Gamma_s$

<p>où :</p> <ul style="list-style-type: none"> > Cas instable = Cas neutre < Cas stable 	<p>Donc</p> <ul style="list-style-type: none"> $\gamma_v > \Gamma_d$: Instabilité absolue $\gamma_v = \Gamma_d$: Cas neutre humide $\Gamma_s < \gamma_v < \Gamma_d$: Instabilité conditionnelle statique $\gamma_v = \Gamma_s$: Cas neutre saturé $\gamma_v < \Gamma_s$: Stabilité absolue
--	--

Le cas d'instabilité conditionnelle statique doit être examiné davantage dans le cadre d'un **déplacement fini des parcelles** d'air pour pouvoir conclure sur la nature de l'instabilité conditionnelle.

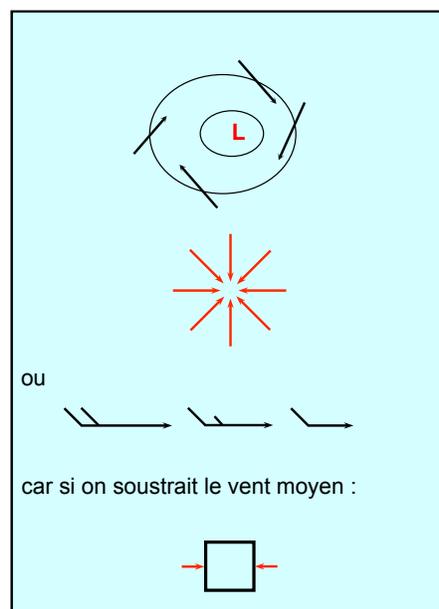
Méthode de la parcelle d'air Déplacement fini

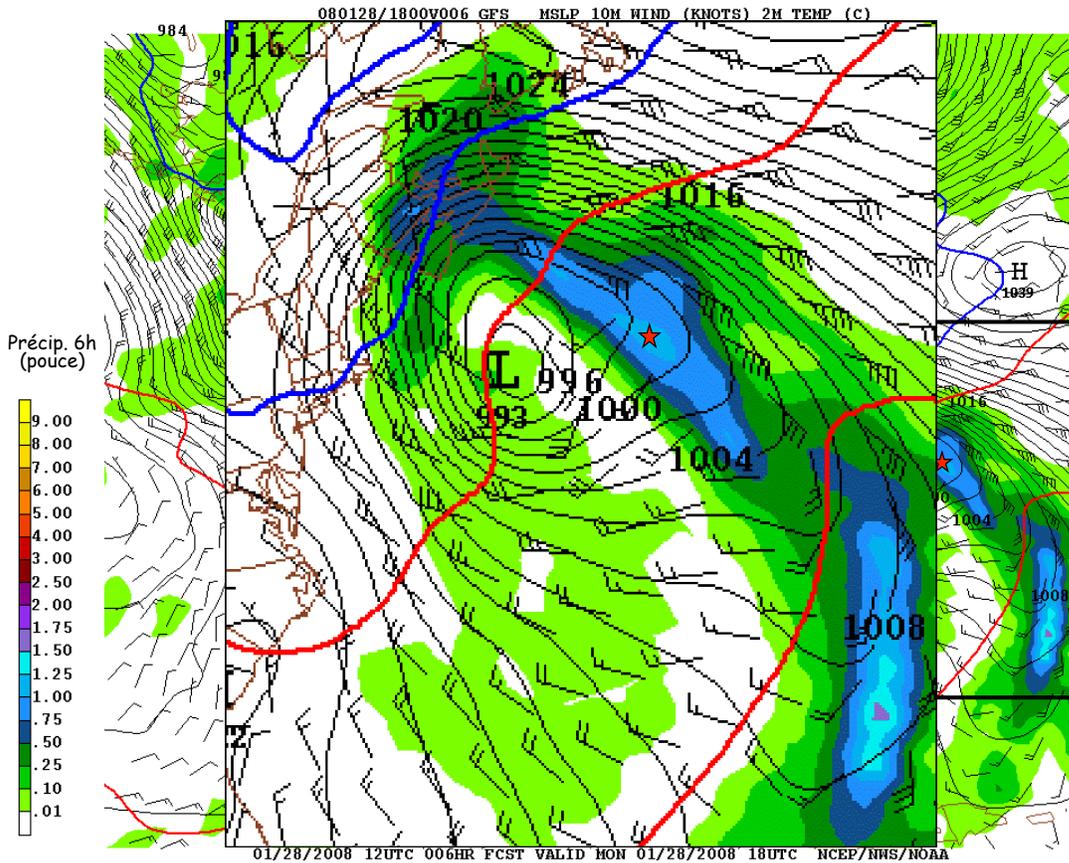
Nous avons jusqu'ici considéré la stabilité du profil de température $T(z)$ de l'atmosphère en supposant un déplacement vertical infinitésimal uniquement.

Même si le profil est stable ou conditionnellement stable de ce point de vue, il est utile d'envisager la notion de stabilité lorsqu'un **déplacement adiabatique fini** est imposé à la parcelle d'air par un agent de l'environnement.

La **convergence horizontale** de l'air ou son **soulèvement orographique** constituent deux des mécanismes capables de forcer un déplacement vertical fini de la parcelle d'air.

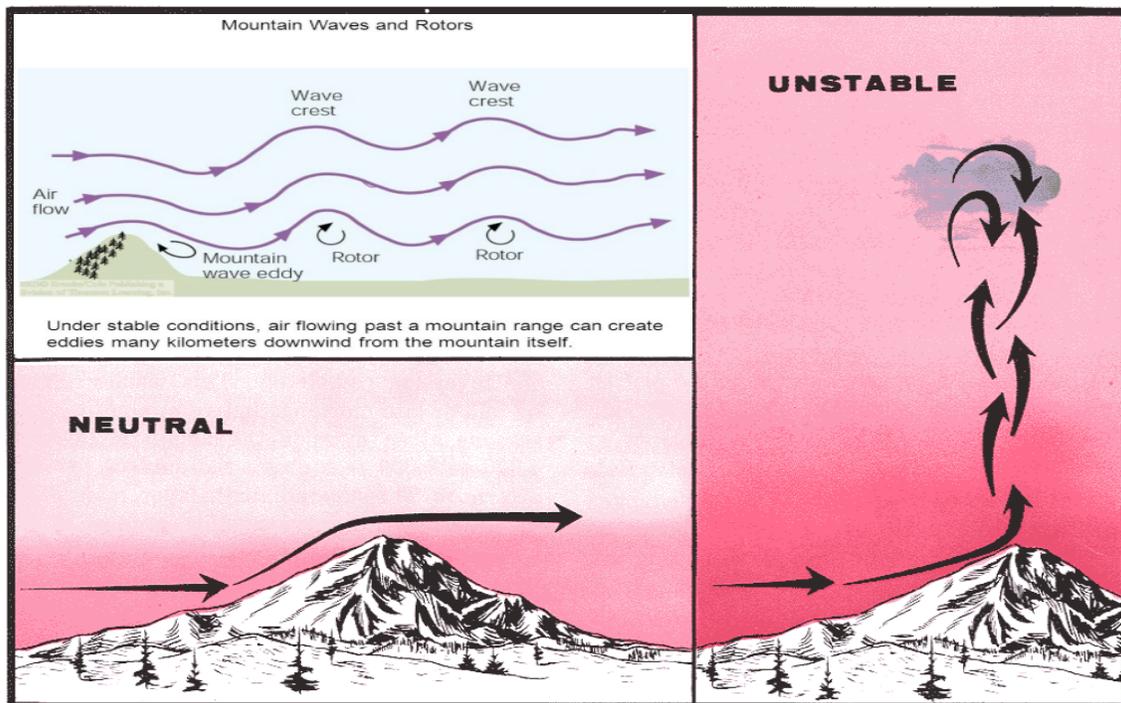
Soulèvement : Convergence





Soulevement orographique

Atmos-3.24



As air is lifted over mountain, the resulting airflow depends to some extent upon the stability of the air. These simple airflows may be complicated considerably by daytime heating and, in some cases, by wave motion.

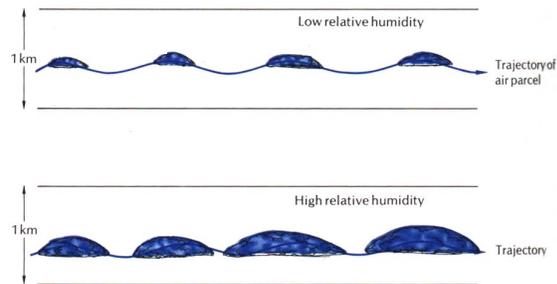
Déplacement fini Oscillations dans une couche stable

$$\ddot{z} = \frac{g_0}{T_{vE}}(\gamma_v - \gamma'_v)z \quad \boxed{\ddot{z} + N^2z = 0} \quad \text{où} \quad N^2 = \frac{g_0}{T_{vE}}(\gamma'_v - \gamma_v)$$

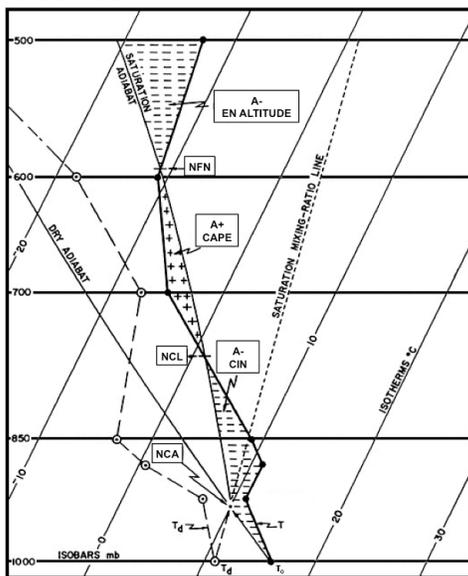
Les solutions de cette équation ont la forme $z = Ae^{iNt}$

Or $\gamma_v < \gamma'_v \rightarrow N^2 > 0$ et après avoir été déplacée la parcelle d'air tend à retourner à sa position originale. Dans ce cas, N prend le nom de fréquence de Brunt-Väisälä et la

période d'oscillation est : $\tau = \frac{2\pi}{N}$

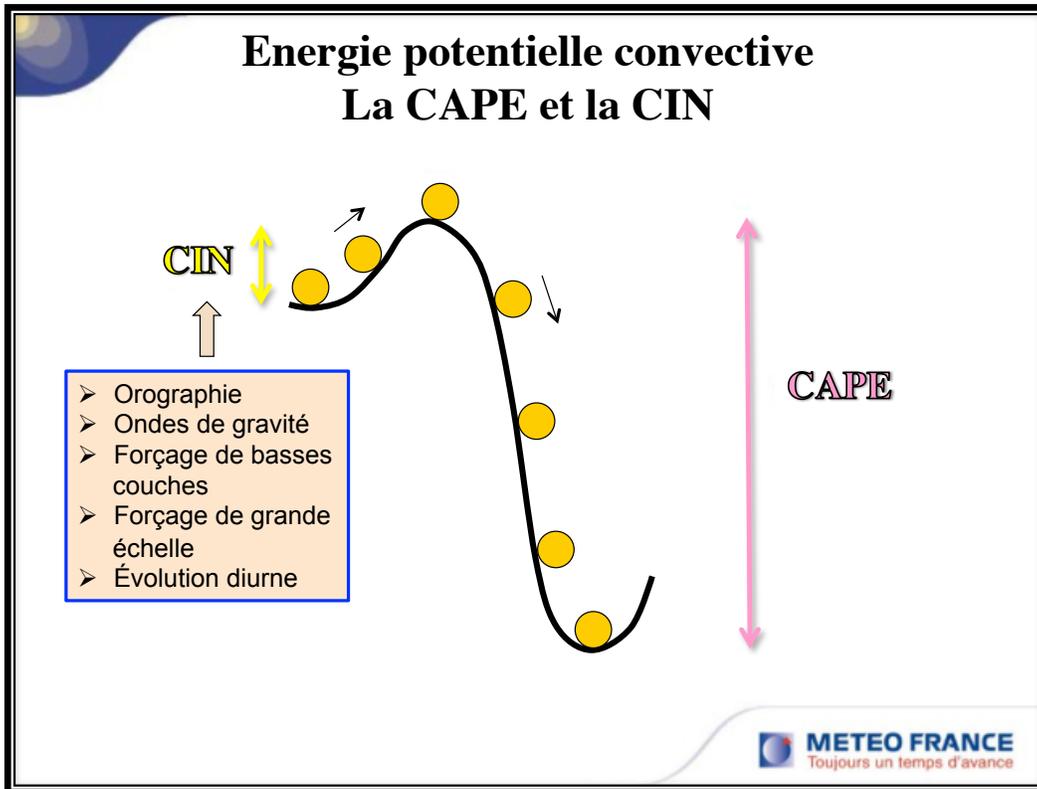


Méthode de la parcelle d'air Déplacement fini Instabilité conditionnelle latente



- CAPE : Convective Available Potential Energy/Énergie Convective Potentielle Disponible
- CIN : Convective Inhibition/Inhibition Convective
- NFN : Niveau de Flottabilité Nulle

On considère de nouveau une parcelle d'air au niveau de pression p_0 à l'équilibre avec l'environnement. On soulève de façon adiabatique cette parcelle en supposant que sa pression s'ajuste continuellement à celle de l'environnement. Au niveau p_0 , la parcelle est en équilibre stable. Une force externe doit donc effectuer du travail sur la parcelle pour réaliser le soulèvement. Dans un premier temps, l'état de la parcelle d'air suit une trajectoire adiabatique sèche jusqu'à saturation (niveau NCA) et emprunte ensuite une trajectoire pseudoadiabatique. Le travail par unité de masse requis pour faire cela est représenté, dans la figure, par la surface notée A^- (CIN). C'est l'énergie que doit dépenser l'agent extérieur pour réaliser le soulèvement de la parcelle du niveau p_0 au niveau de convection libre (NCL). De ce point, cependant, la parcelle se soulèverait d'elle-même et la surface notée A^+ (CAPE) représente le travail positif fourni par la poussée nette vers le haut lorsque le NCL est atteint.



Du point de vue de l'instabilité, la parcelle au niveau p_0 affiche de l'instabilité conditionnelle statique, on dira alors que l'**instabilité conditionnelle** est de type :

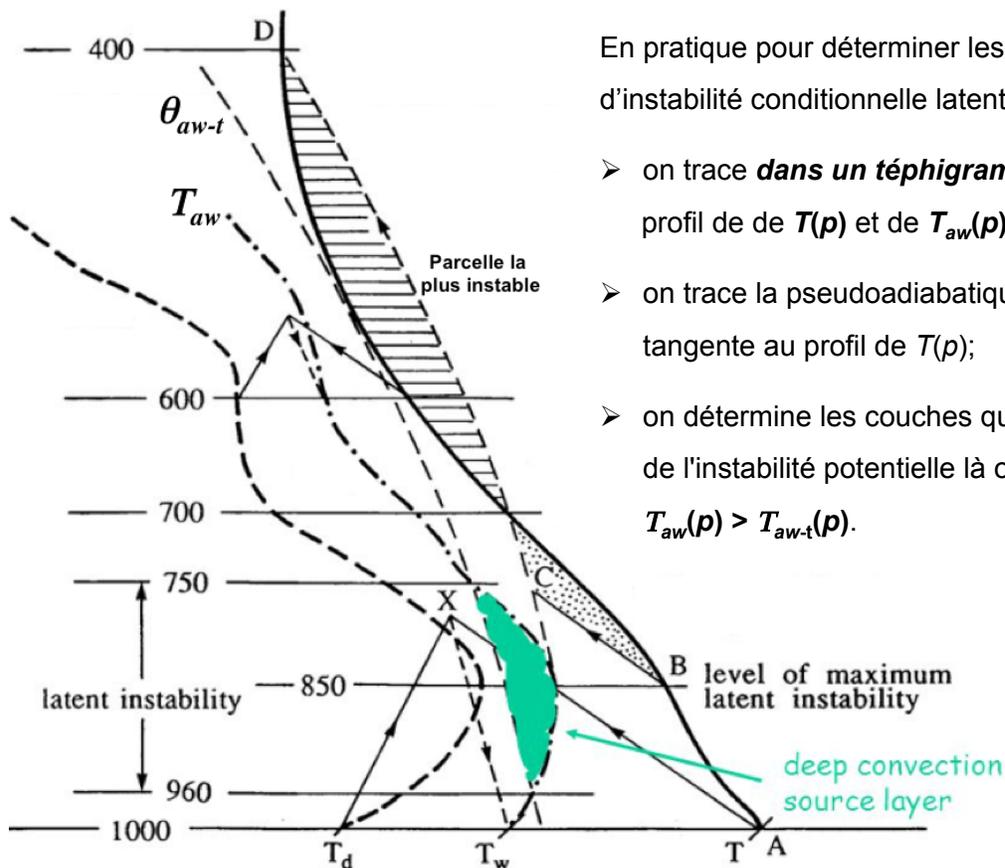
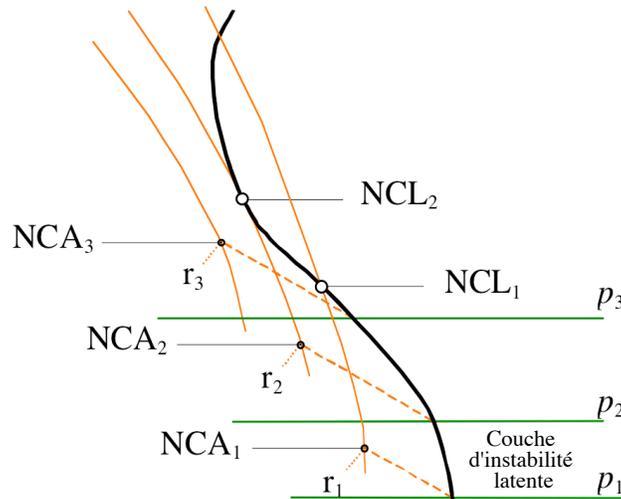
Latente réelle :	$CAPE > CIN$
Pseudo-latente :	$CAPE < CIN$

Par contre la parcelle d'air est stable si $CAPE = 0$.

L'instabilité conditionnelle latente est favorisée lorsque l'air est à température élevée et contient beaucoup d'humidité. Ces conditions se rencontrent plus souvent près du sol.



On détermine les couches qui dénotent de l'**instabilité conditionnelle latente** en considérant les parcelles des couches d'instabilité conditionnelle du sondage possédant une $CAPE > 0$.

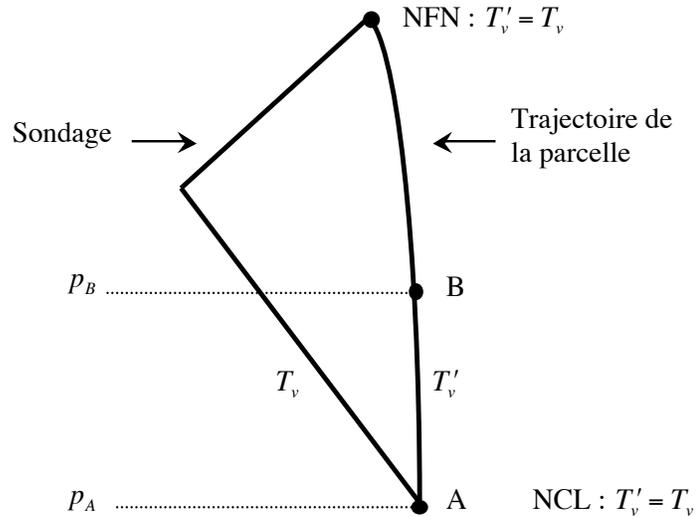


En pratique pour déterminer les couches d'instabilité conditionnelle latente

- on trace **dans un tépigramme** le profil de de $T(p)$ et de $T_{aw}(p)$;
- on trace la pseudoadiabatique θ_{aw-t} tangente au profil de $T(p)$;
- on détermine les couches qui denotent de l'instabilité potentielle là où $T_{aw}(p) > T_{aw-t}(p)$.

Travail par unité de masse de la force de poussée - Calcul de CAPE et de CIN

Considérons une parcelle d'air qui se déplace d'un point A à un point B.



Le travail par unité de masse que la force de poussée fait sur la parcelle se transforme en énergie cinétique :

$$w = \int_A^B \ddot{z} dz = \int_A^B \frac{d\dot{z}}{dt} dz = \int_A^B \dot{z} d\dot{z} = \frac{1}{2} (\dot{z}_B^2 - \dot{z}_A^2) \Rightarrow \dot{z}_B = \sqrt{\dot{z}_A^2 + 2w}$$

où $\frac{1}{2} \dot{z}^2$ est l'énergie cinétique par unité de masse.

Ce travail est donné par

$$w = \int_A^B \ddot{z} dz = g_0 \int_A^B \frac{\rho - \rho'}{\rho'} dz$$

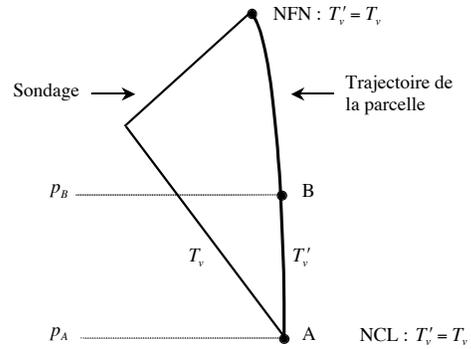
Or, de l'équation hydrostatique

$$w = \int_A^B \frac{\rho - \rho'}{\rho\rho'} (-dp) = \int_A^B \left(\frac{1}{\rho'} - \frac{1}{\rho} \right) (-dp)$$

et puisque $p = \rho' R_d T_v' = \rho R_d T_v$

$$w = R_d \int_A^B (T_v' - T_v) (-d \ln p)$$

$$\Rightarrow \boxed{CAPE = R_d \int_{NCL}^{NFN} (T_v' - T_v) (-d \ln p)} \text{ et } \boxed{CIN = R_d \int_{p_0}^{NCL} (T_v' - T_v) (-d \ln p)}$$



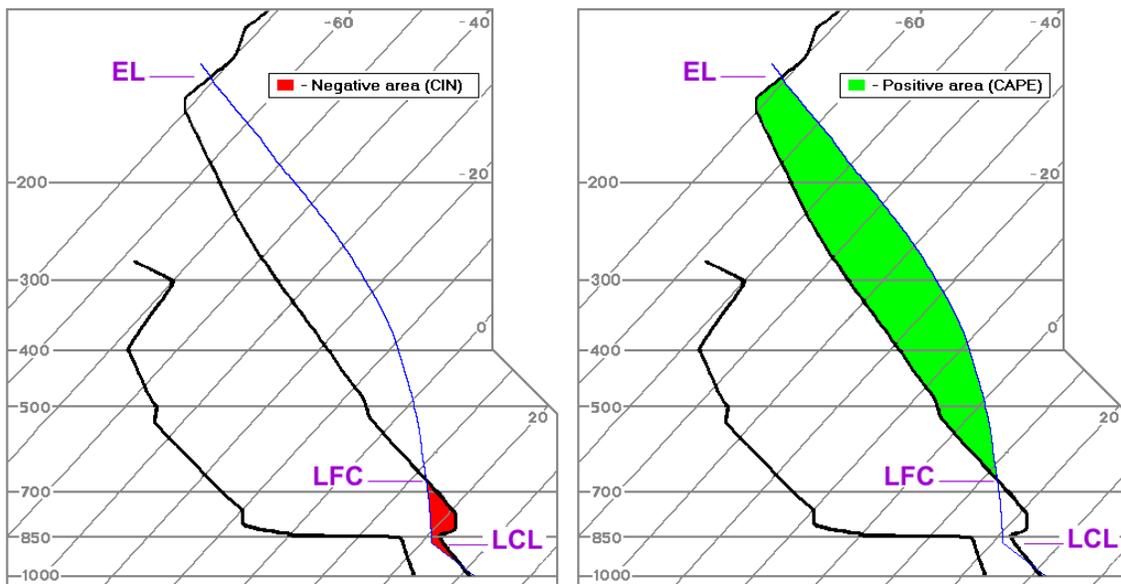
L'intégral représente la surface entre le sondage et la trajectoire de la parcelle d'air dans un Émagramme (coordonnées: $-\ln p$ vs T) :

$$w = R_d \left[\sum \acute{e}mag' - \sum \acute{e}mag \right]$$

CIN représente la barrière d'énergie à dépasser pour que la convection libre devienne possible.

CAPE représente l'énergie maximale qui peut être convertie en énergie cinétique une fois que la barrière énergétique représentée par la CIN a été dépassée.

Dans un diagramme aérologique, CIN et CAPE sont proportionnelles aux surfaces limitées par les profils de température de l'environnement et de la parcelle.



$$w = R_d \left[\sum \acute{e}mag' - \sum \acute{e}mag \right]$$

Or, puisque

$$R \sum \acute{e}mag = c_p \sum tephi,$$

on a que

$$w = c_{pd} \left[\sum tephi' - \sum tephi \right]$$

où le terme entre parenthèses représente la surface dans un téphigramme entre le sondage et la trajectoire suivie par la parcelle.

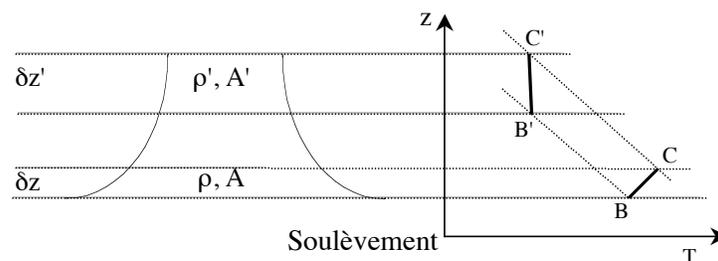
D'après les échelles graphiques dans le téphigramme d'**Environnement Canada**, le travail par unité de masse correspond à **40,5 J kg⁻¹ cm⁻²**. La chaleur spécifique à pression constante de l'air, est déjà incluse dans le facteur d'échelle.

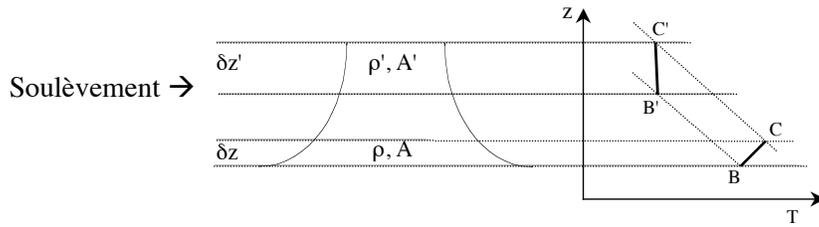
Instabilité convective d'une couche d'air

Lorsqu'une couche d'air de grande étendue horizontale, **A**, est soulevée de façon adiabatique, son gradient de température change et sa stabilité peut être affectée.

Air sec

Supposons la couche initiale BC au niveau z d'épaisseur δz soulevée de façon adiabatique (B'C') au niveau z' acquérant une épaisseur $\delta z'$ **sans qu'il ne se produise de condensation** dans la couche. La température θ est constante le long de BB' et $\theta + \delta\theta$ est aussi constante le long de CC'. La masse totale d'air est conservée durant l'ascension :





$$\left. \begin{aligned} \rho A \delta z &= \rho' A' \delta z' \\ \frac{\delta z'}{\delta z} &= \frac{\rho A}{\rho' A'} = \frac{p T_v' A}{p' T_v A'} \end{aligned} \right\} \text{Conservation de la masse}$$

Gradient thermique :

$$\frac{\delta \theta_v}{\delta z} = \frac{\delta \theta_v}{\delta z'} \frac{\delta z'}{\delta z} = \frac{\delta \theta_v}{\delta z'} \frac{p T_v' A}{p' T_v A'} \quad (1)$$

Or :

$$\frac{1}{\theta_v} \frac{\delta \theta_v}{\delta z} = \frac{1}{T_v} \frac{\delta T_v}{\delta z} - \frac{\chi_d}{p} \frac{\delta p}{\delta z} = \frac{1}{T_v} \frac{\delta T_v}{\delta z} + \frac{\chi_d \rho g_0}{p}$$

$$= \frac{1}{T_v} \frac{\delta T_v}{\delta z} + \frac{\chi_d g_0}{R_d T_v} = \frac{1}{T_v} \left(\frac{\delta T_v}{\delta z} + \Gamma_d \right)$$

← { Eq. de Poisson
($d \ln \theta = d \ln T - \chi_d d \ln p$)
+
Eq. hydrostatique

$$\frac{\delta \theta_v}{\delta z} = \frac{\theta_v}{T_v} (\Gamma_d - \gamma_v) \text{ et de même } \frac{\delta \theta_v}{\delta z'} = \frac{\theta_v}{T_v'} (\Gamma_d - \gamma_v') \quad (2)$$

où γ_v, γ_v' sont les gradients de température BC et B'C'.

D'où :

$$\left. \begin{aligned} (2) \\ (1) \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{\theta_v}{T_v} (\Gamma_d - \gamma_v) = \frac{\theta_v}{T_v'} (\Gamma_d - \gamma_v') \frac{p T_v' A}{p' T_v A'}$$

i.e.,

$$\gamma_v' = \Gamma_d - \frac{p' A'}{p A} (\Gamma_d - \gamma_v)$$

ou

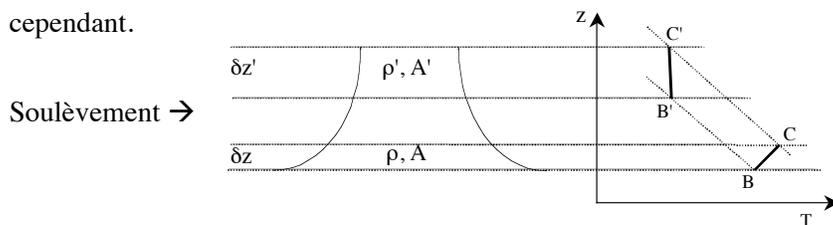
$$\gamma_v' = \gamma_v + (\Gamma_d - \gamma_v) \left[1 - \frac{p' A'}{p A} \right]$$

Si $\gamma_v = \Gamma_d$ alors $\gamma_v' = \gamma_v$, le profil est conservé.

Si $\gamma_v < \Gamma_d$ (stable), alors : $\left\{ \begin{aligned} \uparrow (p' / p < 1); \rightarrow \leftarrow (A' / A \lesssim 1) \Rightarrow \gamma_v' > \gamma_v : \text{Moins stable} \\ \downarrow (p' / p > 1); \leftarrow \rightarrow (A' / A \gtrsim 1) \Rightarrow \gamma_v' < \gamma_v : \text{Plus stable} \end{aligned} \right.$

Si $\gamma_v > \Gamma_d$ (instable), alors $\gamma_v' < \gamma_v$ (moins instable); ce dernier cas est académique,

cependant.



Représentation dans un téphigramme

Conservation de la masse: $\rho A \delta z = \rho' A' \delta z'$

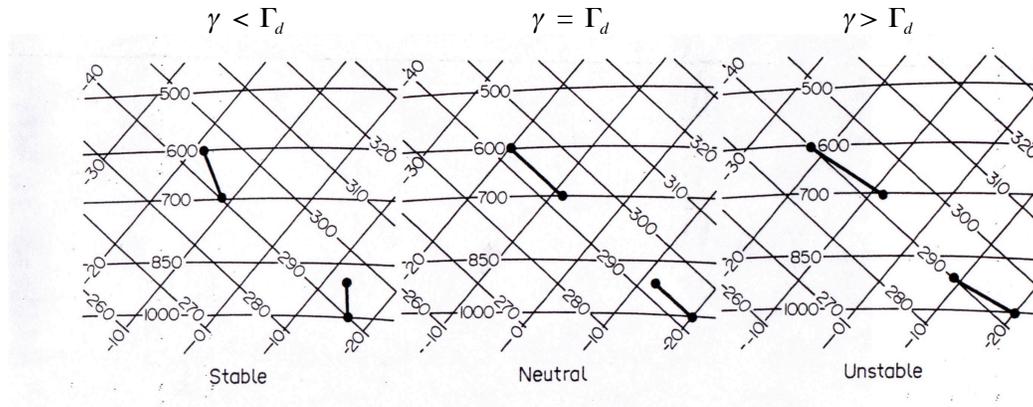
$\rho g_0 A \delta z = \rho' g_0 A' \delta z'$

$A \delta p = A' \delta p'$

← Eq. hydrostatique

Or, an pratique, $A \cong A'$, d'où:

$\delta p \cong \delta p'$



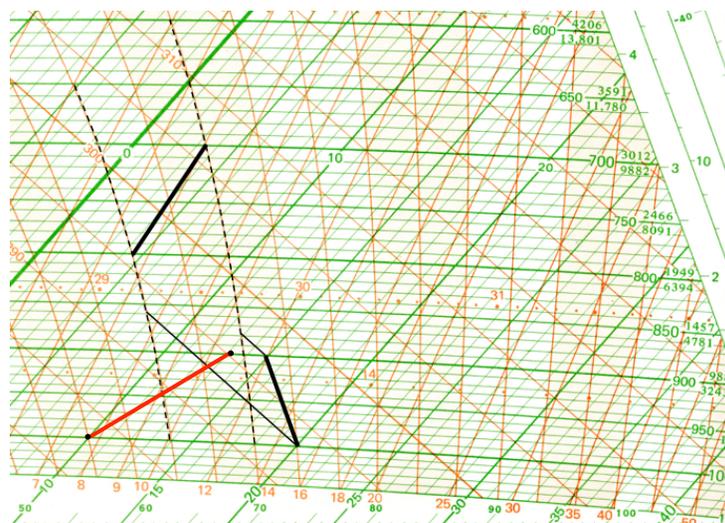
Instabilité convective d'une couche

Air qui devient saturé

S'il y a condensation dans la couche durant l'ascension, alors, c'est θ_w qui se conserve aux différents niveaux. On distingue alors les trois cas illustrés ci-dessous.

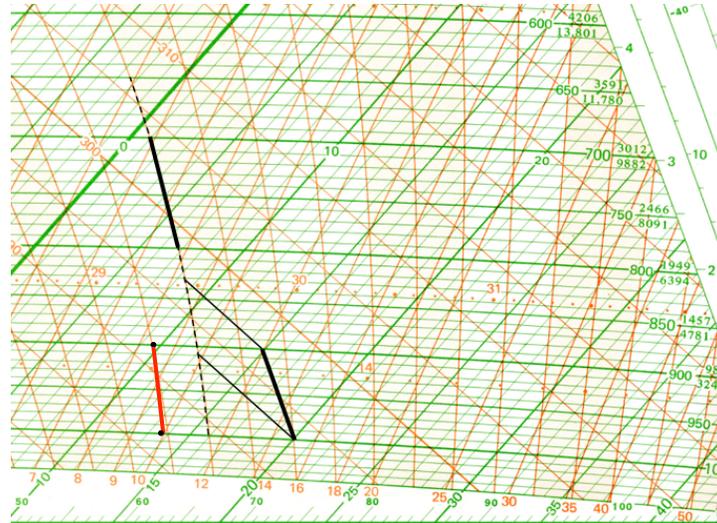
Couche potentiellement stable

$\frac{d\theta_w}{dz} > 0$: Le soulèvement de la couche la rend stable.



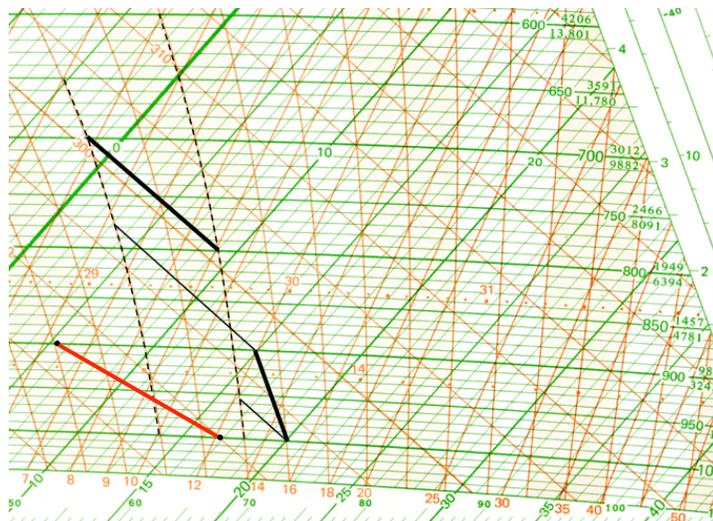
Couche potentiellement neutre

$\frac{d\theta_w}{dz} = 0$: Le soulèvement de la couche la rend neutre.

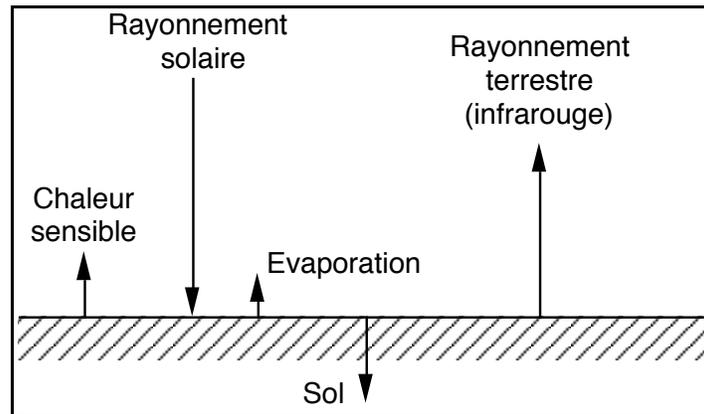


Couche potentiellement instable

$\frac{d\theta_w}{dz} < 0$: Le soulèvement de la couche la rend instable.



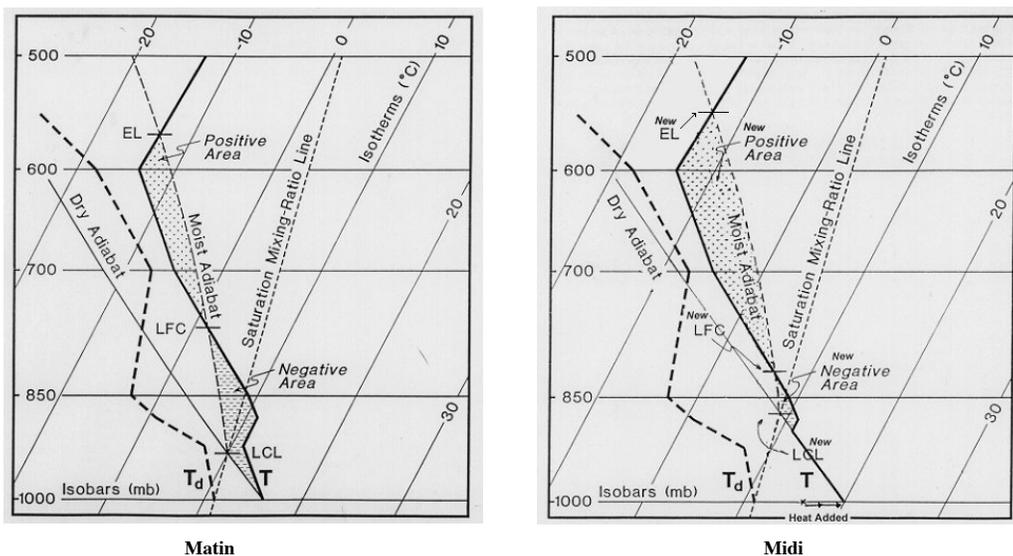
Effets radiatifs



Bilan radiatif le jour par ciel clair

Pendant le jour, la surface terrestre gagne de l'énergie par radiation car la radiation solaire absorbée excède la perte nette en radiation infrarouge. Ce gain d'énergie est dissipé de trois façons: en réchauffant le sol, en réchauffant l'air et par évaporation à la surface.

Exemple de diminution de CIN par réchauffement de la couche limite

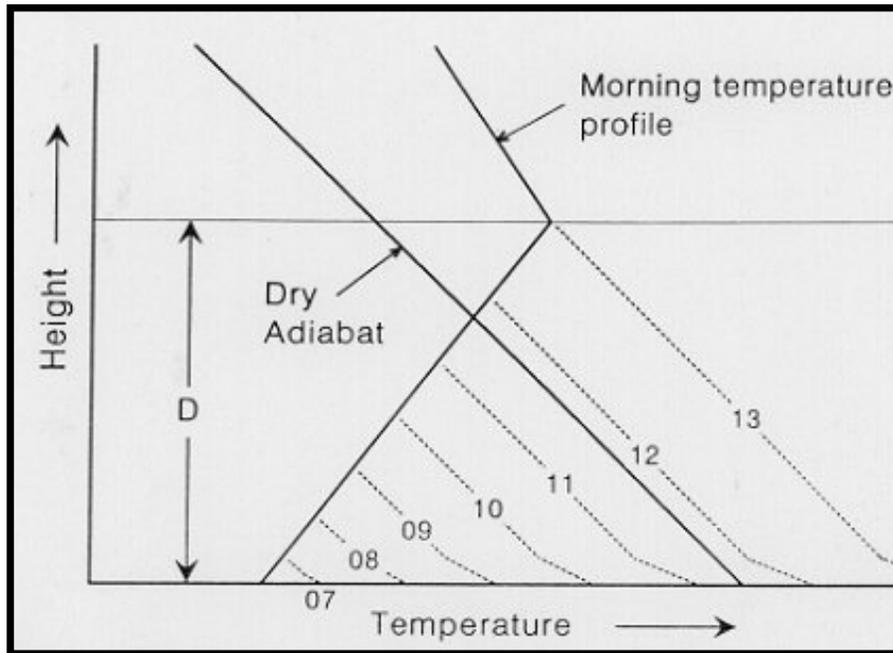


Matin

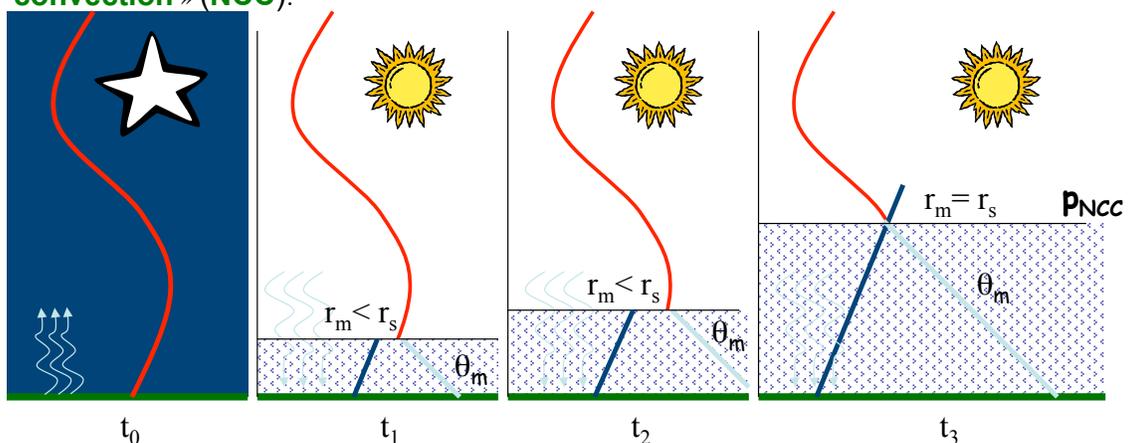
Midi

Le réchauffement de la surface réduit, et parfois élimine, CIN et augmente CAPE.

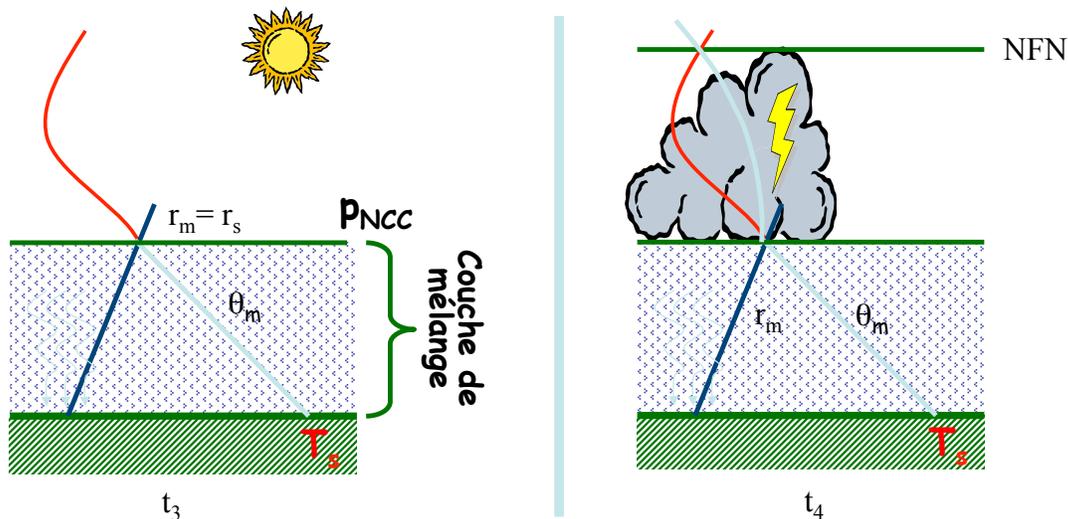
Modification du profil de température provoqué par le réchauffement de la surface



Si on suppose qu'après que le sondage C a été établi, le sol se réchauffe par radiation, il se développe un gradient de température excédent Γ_d près de la surface. La couche près du sol devient instable et un processus de mélange vertical s'amorce spontanément qui impose un profil adiabatique $\theta = \text{cte}$ à la couche et donc, un gradient de température égal à Γ_d . Si le chauffage persiste, l'épaisseur de la couche sujette à ce mécanisme augmente et le profil de température près du sol correspond à des adiabatiques sèches de température potentielle de plus en plus élevée. Éventuellement, le sommet de cette couche de mélange atteint la saturation ($r_s = \bar{r}$). La convection procède alors librement à partir du sol. Le niveau auquel s'amorce cette convection s'appelle « **le niveau de condensation par convection** » (NCC).



Niveau de condensation par convection (NCC)

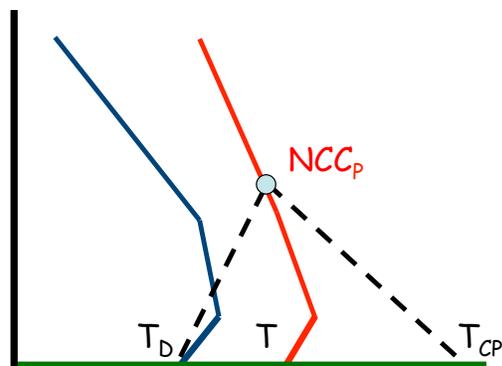


T_s est la température qui devrait être atteinte à la surface pour que du nuage se forme à partir du NCC.

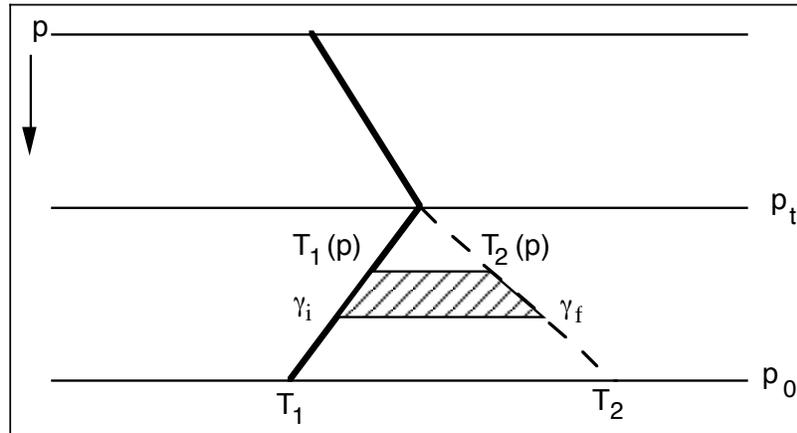
Estimation du NCC selon la méthode de la parcelle : NCC_p

1) Suivre la ligne de rapport de mélange de surface (qui passe par T_D) jusqu'à ce qu'elle coupe la courbe de température de l'environnement. Le point d'intersection est une estimation du **niveau de condensation par convection selon la méthode de la parcelle (NCC_p)**

2) Suivre en suite l'adiabatique sèche qui passe par ce point jusqu'au niveau d'origine (surface). On obtient ainsi une **estimation de la température de convection T_{CP}** qui devrait être atteinte à la surface pour que du nuage se forme à partir du NCC_p .



Supposons qu'une couche en surface est initialement caractérisée par un gradient thermique γ_i , lorsque les températures correspondantes sont $T_1(p)$. Considérons que, pendant la journée, le rayonnement solaire réchauffe la surface de telle sorte que la couche se retrouve par cet effet caractérisé par un gradient thermique γ_f , lorsque les températures correspondantes sont $T_2(p)$.



Considérons une colonne d'air de surface unitaire. L'énergie radiative nécessaire pour passer de γ_i à γ_f (de T_1 à T_2) est donnée par :

$$\delta Q_r = c_p (T_2 - T_1) dm \quad ,$$

où dm est la masse d'air par unité de surface comprise dans une épaisseur dz , d'où

$$dm = \rho dz = \rho \left(-\frac{dp}{\rho g_0} \right) = -\frac{1}{g_0} dp \quad .$$

De ces deux dernières relations,

$$\delta Q_r = -c_p (T_2 - T_1) \frac{dp}{g_0} = \frac{c_p p}{g_0} (T_2 - T_1) (-d \ln p) \quad ,$$

où $d \sum \text{émag} = (T_2 - T_1) (-d \ln p)$ est la surface entre γ_f et γ_i dans un émagramme d'où

$$\delta Q_r = \frac{c_p}{g_0} p \, d \sum \text{émag} \quad .$$

Aussi, puisque

$$R \sum \dot{e}_{mag} = c_p \sum teph_i \quad ,$$

on obtient que

$$\delta Q_r = \frac{c_p}{g_0 R} p \left(c_p d \sum teph_i \right) \quad ,$$

d'où,

$$Q_r (J m^{-2}) = \frac{c_p}{g_0 R} \int_{p_0}^{p_1} p \left(c_p d \sum teph_i \right) = \frac{c_p}{g_0 R_d} \bar{p} \left(c_p \sum teph_i \right) \quad ,$$

où \bar{p} représente le niveau de pression moyen de la surface considérée.