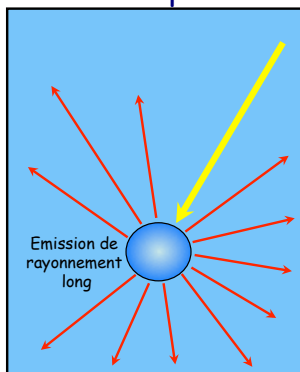


Les corps non opaques : L'atmosphère

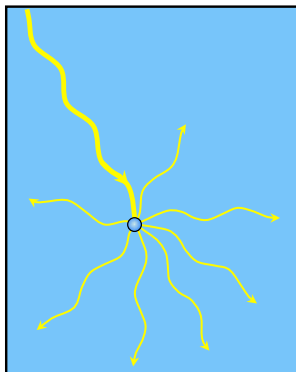
Interaction avec l'atmosphère

Le rayonnement dans un faisceau qui traverse l'atmosphère peut être affaibli par absorption et/ou diffusion.

Absorption



Diffusion



- La **diffusion** est le processus par lequel une onde électromagnétique est dispersée lorsqu'elle interagit avec la matière. L'onde dispersée est de même fréquence que l'onde incidente.
- **Extinction** : absorption + diffusion

- La **transmission** indique la radiation dans le faisceau de lumière à l'issue de l'absorption et la diffusion d'une couche d'air.
- C'est la **longueur d'onde** des radiations ainsi que la **nature du milieu** qu'elles traversent qui détermine dans quelle mesure le rayonnement est absorbé et/ou diffusé.

Les sections efficaces d'absorption, de diffusion et d'extinction d'une particule

On définit pour chaque particule d'air :

- la section efficace d'absorption,

$$\sigma_{a,\lambda} \triangleq \frac{W_{\lambda}(\text{absorbé})}{F_{\lambda}(\text{incident})}$$

- la section efficace de diffusion et

$$\sigma_{s,\lambda} \triangleq \frac{W_{\lambda}(\text{diffusé})}{F_{\lambda}(\text{incident})}$$

- la section efficace d'extinction

$$\sigma_{e,\lambda} \triangleq \frac{W_{\lambda}(\text{atténué})}{F_{\lambda}(\text{incident})}$$

F_{λ} : Irradiance du rayonnement incident sur la particule

W_{λ} : Puissance absorbée, ou diffusée ou atténuée par une particule

Par conservation de l'énergie on a que :

$$\sigma_{e,\lambda} = \sigma_{a,\lambda} + \sigma_{s,\lambda}$$

Les coefficients d'absorption, de diffusion et d'extinction d'une particule

Les coefficients d'absorption, de diffusion ou d'extinction indiquent l'efficacité d'une particule de section géométrique A à absorber, diffuser ou atténuer le rayonnement :

- Coefficient d'absorption,

$$Q_{a\lambda} \triangleq \frac{\sigma_{a\lambda}}{A}$$

- Coefficient de diffusion et

$$Q_{s\lambda} \triangleq \frac{\sigma_{s\lambda}}{A}$$

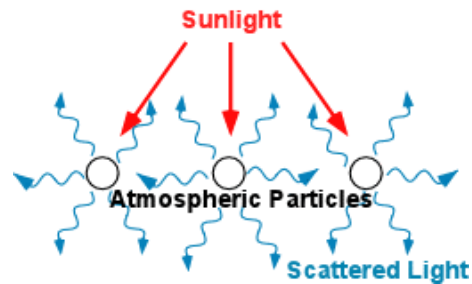
- Coefficient d'extinction

$$Q_{e\lambda} \triangleq \frac{\sigma_{e\lambda}}{A}$$

Par conservation de l'énergie on a encore que :

$$Q_{e,\lambda} = Q_{a,\lambda} + Q_{s,\lambda}$$

La diffusion



Rad-1.79

- À la différence du phénomène d'absorption qui convertit l'énergie absorbée en énergie, soit radiative de grandes longueurs d'onde, soit en d'autres formes d'énergie, la diffusion a par contre pour effet de redistribuer l'énergie captée dans toutes les directions sans changement de longueur d'onde.
- La diffusion se produit dans un milieu inhomogène, i.e. où la constante diélectrique possède une inhomogénéité. Dans l'atmosphère, les facteurs principaux qui déterminent la diffusion sont les fluctuations de densité de l'air et les particules d'aérosols (gouttelettes d'eau, particules de poussière, etc.).

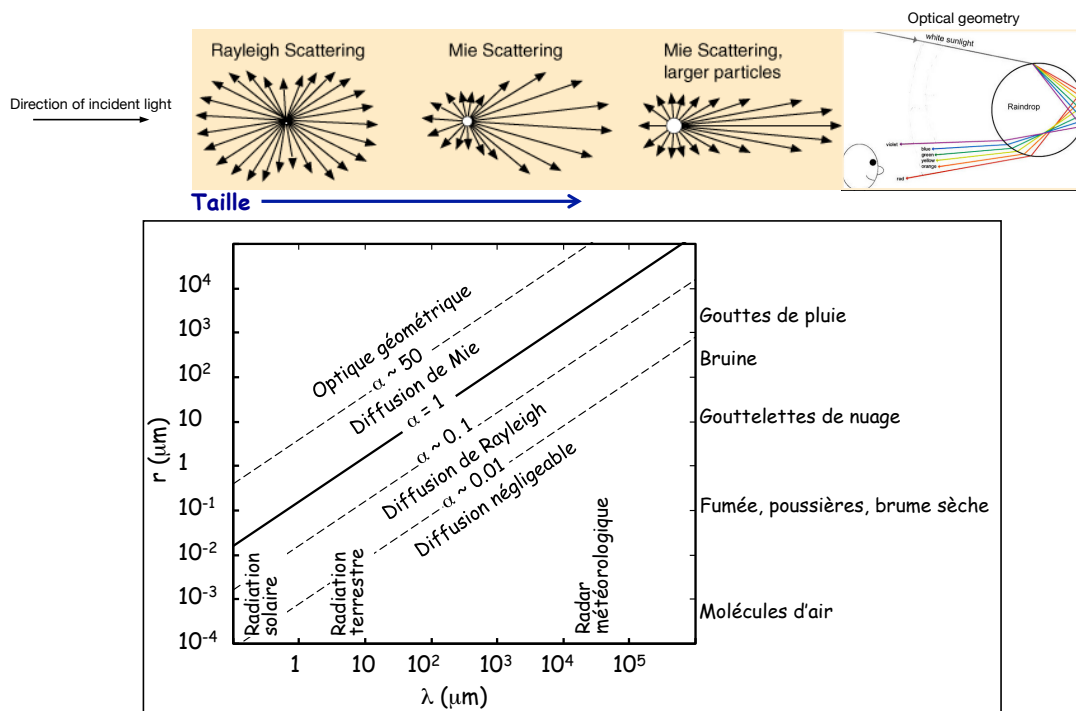
La taille radioélectrique

Dans le cas de particules de forme sphérique de rayon r , le coefficient de diffusion Q_s peut être déterminé de la théorie, et il est convenable de l'exprimer en fonction du paramètre α :

$$\alpha \triangleq \frac{2 \pi r}{\lambda}$$

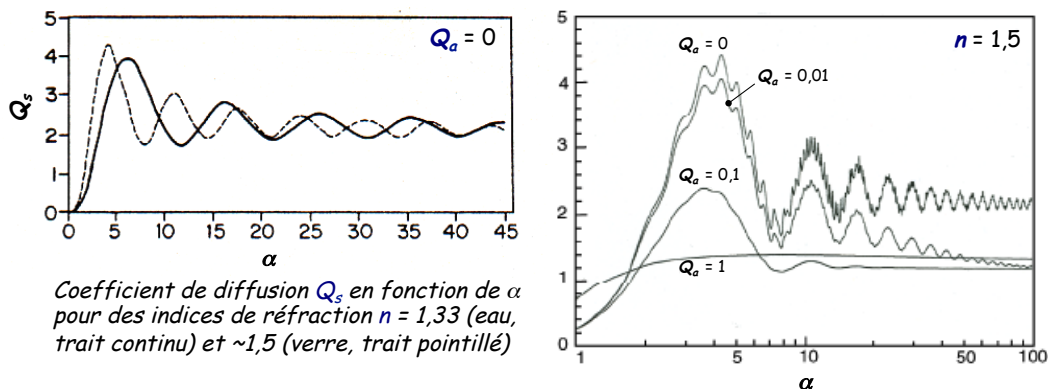
qui donne une mesure de la taille de la particule par rapport à la longueur d'onde du rayonnement incident (α est appelé la taille radioélectrique de la sphère).

Diffusion du rayonnement (Tailles des particules)



Diffusion du rayonnement (Nature du milieu)

Q_s ne dépend pas seulement de la taille radioélectrique de la particule mais aussi de son **indice de réfraction, n** .



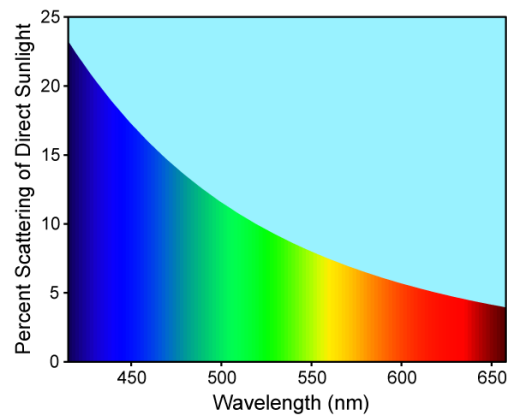
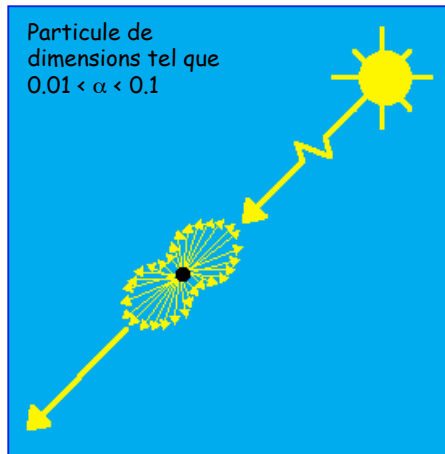
Diffusion de Rayleigh

Les molécules d'air

Rayleigh a montré
qu'indépendamment de
l'indice de réfraction :

Lorsque $0,01 < \alpha \triangleq \frac{2 \pi r}{\lambda} < 0,1$

$$Q_s \propto \alpha^4$$



Les couleurs sont diffusées
différemment!

Diffusion de Rayleigh

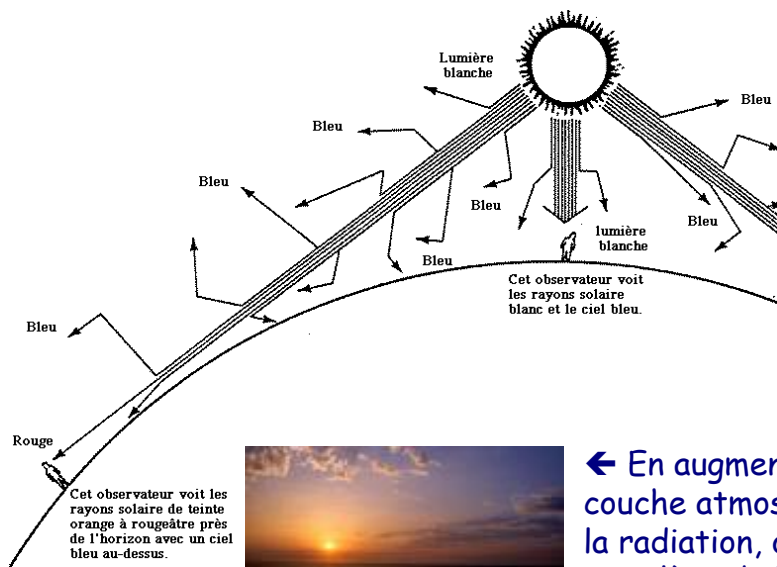
Les molécules d'air

$$\frac{Q_{s,bleu}}{Q_{s,rouge}} = \frac{\alpha_{bleu}^4}{\alpha_{rouge}^4} = \frac{\left(\frac{2 \pi r}{\lambda_b}\right)^4}{\left(\frac{2 \pi r}{\lambda_r}\right)^4} = \left(\frac{\lambda_r}{\lambda_b}\right)^4 = \left(\frac{0,64}{0,47}\right)^4 = 3,45$$



La diffusion de Rayleigh explique donc
la couleur bleu de l'atmosphère

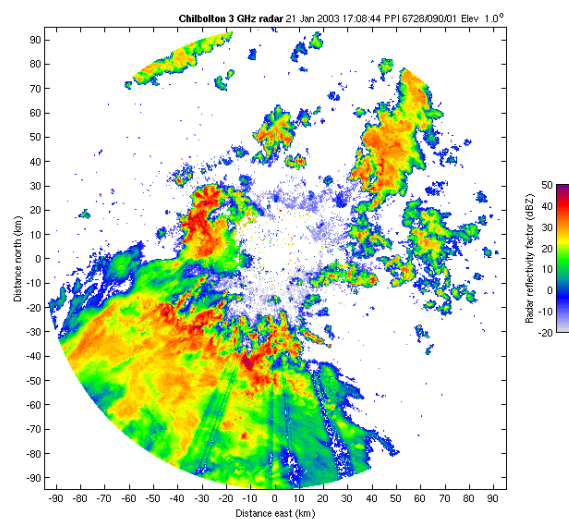
La couleur du ciel



← En augmentant l'épaisseur de la couche atmosphérique traversée par la radiation, on favorise la diffusion complète du bleu. Le seul rayonnement nous parvenant à l'œil est donc le rouge.

Diffusion de Rayleigh Les gouttes de pluie

La nette augmentation de $Q_s \propto \alpha^4$ avec l'augmentation de la grandeur des gouttes d'eau est une caractéristique permettant de discriminer les gouttes de pluie des goutelettes de nuages. Ce principe est employé en radar météorologie.



La diffusion de Mie

Pour les valeurs entre $0,1 < \alpha < 50$, le phénomène de diffusion est décrit par la théorie développée par Mie, appelé régime de **diffusion de Mie**. La distribution angulaire de la diffusion est très compliquée et varie rapidement avec α . L'effet d'opacité par les gouttelettes de nuages et les aérosols sur le rayonnement solaire incident se manifeste par une diffusion pratiquement égale de toutes les radiations du spectre visible contribuant à rendre blanchâtre la coloration du ciel.

Les **nuages** ont une propriété importante qui influe grandement les processus radiatifs, soit celle de réfléchir le rayonnement solaire et d'émettre du rayonnement infrarouge. Par conséquent, une journée nuageuse sera plus fraîche qu'une journée ensoleillée. De façon analogue, la nuit, les nuages émettent vers le sol le rayonnement infrarouge qui autrement s'échapperait vers l'espace ; une nuit nuageuse est donc plus chaude qu'une nuit claire.

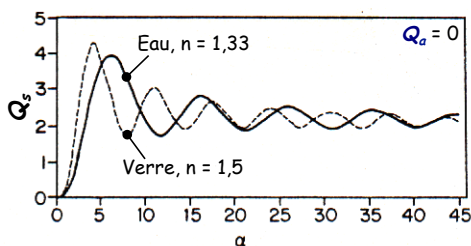
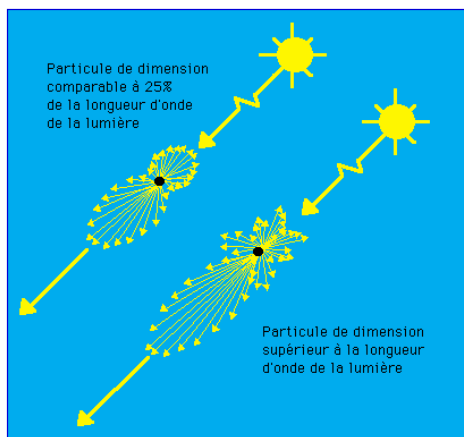
Diffusion par les aérosols

Diffusion de Mie

- Nuages (blanc)



Smog (blanchâtre)



Les couleurs sont diffusées "également"

Que c'est beau Montréal!

Rad-1.88

27 août 2002



En êtes-vous sûr?

Rad-1.89

14 août 2002



L'optique géométrique

Lorsque $\alpha > 50$, $Q_s \approx 1$ et la distribution angulaire de la diffusion de la radiation peut être décrite par les principes de *l'optique géométrique*. La diffusion du rayonnement visible par les gouttelettes de nuages, les gouttes de pluie et les particules de glace suivent ce régime de diffusion (par exemple : halo et arc-en-ciel).



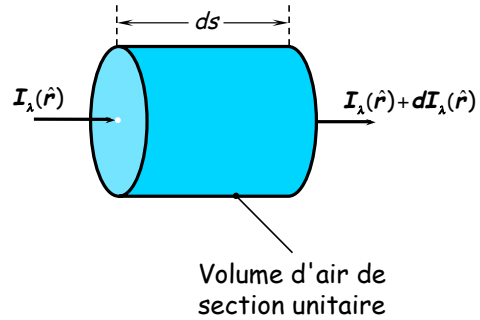
Introduction au transfert radiatif

Équation générale de transfert radiatif - 1

• Pertes par extinction

La radiation dans un faisceau qui traverse un milieu sera affaiblie par son interaction avec la matière.

L'atmosphère terrestre est constituée d'un mélange de gaz et d'aérosols (hydrométéores, etc.) :



Section efficace totale d'extinction par unité de volume d'air.

$$-(\delta I_{\lambda})_{\text{pertes}} = I_{\lambda} \frac{\sum \sigma_{e\lambda}}{V} ds$$

• Pertes par extinction (suite)

Pour les molécules de gaz de la même espèce, on a : $\sigma_{e\lambda} = \text{cte.}$

$$-(\delta I_{\lambda})_{\text{pertes}} = I_{\lambda} \left[\underbrace{\sigma_{e1\lambda} N_{\text{Tot}1} + \sigma_{e2\lambda} N_{\text{Tot}2} + \dots}_{\text{Gaz}} + \underbrace{\frac{\sum \sigma_{eA\lambda}}{V}}_{\text{Aérosols}} \right] ds$$

$N_{\text{Tot},i}$ est le nombre densité (nombre par unité de volume) des molécules de gaz de l'espèce i .

Or,

$$\sigma_{e\lambda} N_{\text{Tot},i} \frac{m_i}{m_i} = \frac{\sigma_{e\lambda}}{m_i} \rho_i = k_{e\lambda} \rho_i$$

$$\Rightarrow \sigma_{e\lambda} N_{\text{Tot},i} = k_{e\lambda} \rho_i \quad \text{où} \quad k_{e\lambda} = \frac{\sigma_{e\lambda}}{m_i}$$

où m_i est la masse et $k_{e\lambda}$ la section efficace d'extinction spécifique de la molécule de l'espèce i , et ρ_i est la densité partielle du i^{e} gaz du mélange.

- Pertes par extinction (suite)

Pour cela,

$$\begin{aligned}
 -(\delta I_\lambda)_{\text{pertes}} &= I_\lambda \left[\underbrace{k_{e1\lambda} \rho_1 + k_{e2\lambda} \rho_2 + \dots}_{\text{Gaz}} + \frac{\sum \sigma_{eA\lambda}}{V} \right] ds \\
 &= I_\lambda \left[\rho (k_{e1\lambda} x_1 + k_{e2\lambda} x_2 + \dots) + \frac{\sum \sigma_{eA\lambda}}{V} \right] ds \\
 \boxed{-(\delta I_\lambda)_{\text{pertes}} = I_\lambda \left[\rho k_{e\lambda} + \frac{\sum \sigma_{eA\lambda}}{V} \right] ds} &\quad \text{où} \quad \boxed{k_{e\lambda} = \sum_i k_{ei\lambda} x_i}
 \end{aligned}$$

où ρ est la densité de l'air et x_i la fraction massique de l'espèce i .
Pour simplifier la notation, dans la suite le terme associé aux aérosols sera omis :

$$-(\delta I_\lambda)_{\text{pertes}} = I_\lambda k_{e\lambda} \rho ds$$

$k_{e\lambda}$ est la section efficace d'extinction spécifique du milieu.

- Sources

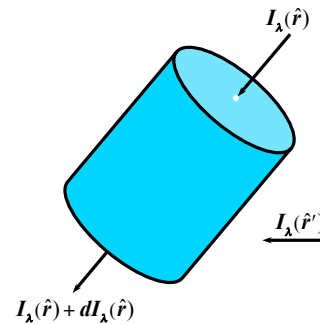
La radiation dans le faisceau peut aussi augmenter par émission de radiation par la matière dans le faisceau et/ou par diffusion multiple de la radiation à l'extérieur du faisceau vers ce dernier.

Soit $\hat{r}$ une direction arbitraire du rayonnement, et considérons un élément de volume cylindrique de section unitaire dont l'axe est déterminé par la direction de $\hat{r}$.

L'accroissement de radiance dû à l'**émission** de l'élément de volume dans la direction $\hat{r}$ est donné par :

$$(\delta I_\lambda)_{\text{gains}} = B_\lambda \eta_\lambda \rho ds$$

où η_λ est le coefficient d'émission spécifique du milieu.



• Sources (suite)

Si on considère un rayon dans la direction $\hat{r}'$ traversant le milieu, alors une partie de son énergie égale à $I_\lambda(\hat{r}') k_{s\lambda} \rho ds$ sera diffusée par le volume et une partie de cette quantité ira dans la direction $\hat{r}$:

$$I_\lambda(\hat{r}') k_{s\lambda} \rho ds \quad \frac{1}{4\pi} \gamma_\lambda(\hat{r}', \hat{r})$$

($k_{s\lambda}$ est le coefficient de diffusion spécifique du milieu)

La fonction γ_λ est appelée **fonction de diffusion**.

Elle est définie de sorte que : $\frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \gamma_\lambda d\omega = 1$

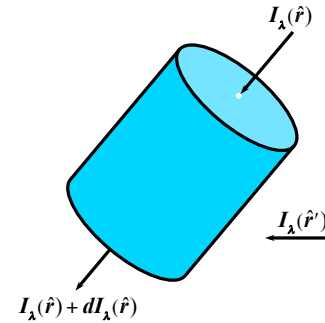
En intégrant pour toutes les directions possibles de r' , on obtient :

$$(\delta I_\lambda)_{gains} = \frac{k_{s\lambda}}{4\pi} \left[\int_{\Omega} I_\lambda(\hat{r}') \gamma_\lambda(\hat{r}', \hat{r}) d\omega' \right] \rho ds$$

La somme des sources est donc :

$$(\delta I_\lambda)_{gains} = \left[\eta_\lambda B_\lambda + \frac{k_{s\lambda}}{4\pi} \int_{\Omega} I_\lambda(\hat{r}') \gamma_\lambda(\hat{r}', \hat{r}) d\omega' \right] \rho ds = j_\lambda \rho ds$$

(j_λ : coefficient spécifique de la source)



Équation générale de transfert radiatif - 2

• Contribution nette de la couche

La différence entre les gains et les pertes de rayonnement nous donne la contribution nette de la couche à la radiance monochromatique dans la direction du faisceau :

$$(\delta I_\lambda)_{net} = (\delta I_\lambda)_{gains} - [-(\delta I_\lambda)_{pertes}]$$

$$\delta I_\lambda = j_\lambda \rho ds - I_\lambda k_{e\lambda} \rho ds$$

$$\Rightarrow \frac{1}{k_{e\lambda} \rho} \frac{\partial I_\lambda}{\partial s} = J_\lambda - I_\lambda$$

$J_\lambda \triangleq \frac{j_\lambda}{k_{e\lambda}}$ est appelée la fonction source

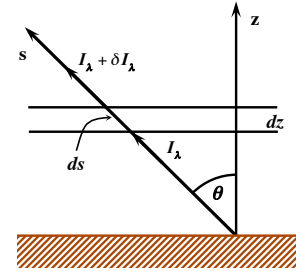
La somme de toutes les contributions donne :

Rad-1.98

$$\frac{1}{k_{e\lambda} \rho} \frac{\partial I_{\lambda}}{\partial s} = \frac{\eta_{\lambda}}{k_{e\lambda}} B_{\lambda} + \frac{k_{s\lambda}}{k_{e\lambda}} \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} I_{\lambda}(\hat{r}') \gamma_{\lambda}(\hat{r}', \hat{r}) d\omega' - I_{\lambda}$$

Pour une **atmosphère plan-parallèle**, en utilisant $ds = dz \sec\theta$, et la loi de Kirchhoff, on obtient :

$$\frac{\cos\theta}{k_{e\lambda} \rho} \frac{\partial I_{\lambda}}{\partial z} = \frac{k_{a\lambda}}{k_{e\lambda}} B_{\lambda} + \frac{k_{s\lambda}}{k_{e\lambda}} \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} I_{\lambda}(\hat{r}') \gamma_{\lambda}(\hat{r}', \hat{r}) d\omega' - I_{\lambda}$$



Dans le cas que l'on considère le **rayonnement court** transféré, B_{λ} est pratiquement nul. On peut donc écrire:

$$\frac{\cos\theta}{k_{e\lambda} \rho} \frac{\partial I_{\lambda}}{\partial z} = \frac{k_{s\lambda}}{k_{e\lambda}} \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} I_{\lambda}(\hat{r}') \gamma_{\lambda}(\hat{r}', \hat{r}) d\omega' - I_{\lambda}$$

Si par contre on considère le **rayonnement thermique**, $k_{s\lambda} \cong 0$, sauf dans le cas du transfert dans les nuages, les brouillards, ou les poussières.

$$\frac{\cos\theta}{k_{e\lambda} \rho} \frac{\partial I_{\lambda}}{\partial z} = B_{\lambda} - I_{\lambda}$$

Équation de Schwarzschild

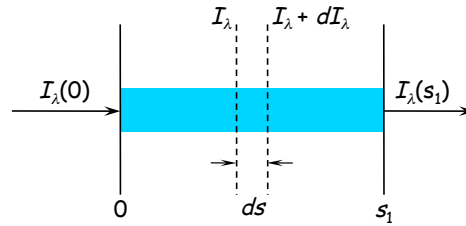
L'équation de transfert radiatif thermique est très simple alors que celle du rayonnement court est très complexe.

Rad-1.99

La loi de Beer-Bouguer-Lambert

La loi de Beer-Bouguer-Lambert - 1

Considérons un **faisceau direct** de lumière solaire qui traverse l'atmosphère. Aux longueurs d'onde du rayonnement solaire la quantité de rayonnement émis par la Terre et l'atmosphère est négligeable. De plus si la contribution des diffusions multiples est négligeable, on obtient



$$\frac{1}{k_{e\lambda} \rho} \frac{\partial I_{\lambda}}{\partial s} = -I_{\lambda} \Rightarrow I_{\lambda}(s_1) = I_{\lambda}(0) \exp\left(-\int_0^{s_1} k_{e\lambda} \rho ds\right)$$

où $\tau_{\lambda}(s_1) = \int_0^{s_1} k_{e\lambda} \rho ds$ est l'épaisseur optique.

Rayonnement solaire direct : radiance

➤ Atmosphère plan-parallèle

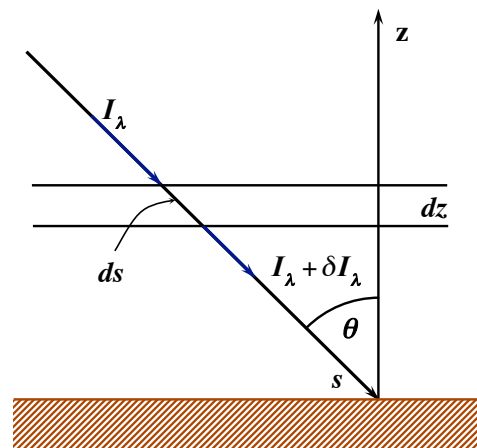
La **radiance monochromatique** pour la couche $(\infty - z)$ est donnée par :

$$I_{\lambda}(z) = I_{\lambda\infty} \exp(-\tau_{\lambda})$$

où

$$\tau_{\lambda} = \sec \theta \int_z^{\infty} k_{e\lambda} \rho dz$$

est l'**épaisseur optique**.



$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{k_{e\lambda} \rho} \frac{\partial I_{\lambda}}{\partial s} &= -I_{\lambda} \\ ds &= \sec \theta dz \end{aligned} \right\} \frac{1}{k_{e\lambda} \rho \sec \theta} \frac{\partial I_{\lambda}}{\partial z} = -I_{\lambda} \Rightarrow \frac{\delta I_{\lambda}}{I_{\lambda}} = -\sec \theta k_{e\lambda} \rho dz$$

Transmissivité de la couche (∞ -z)

La **transmissivité** de la couche (∞ - z) est donnée par :

$$T_{\lambda} \triangleq \frac{I_{\lambda}(z)}{I_{\lambda\infty}} = e^{-\tau_{\lambda}} \quad \Rightarrow \quad I_{\lambda}(z) = I_{\lambda\infty} T_{\lambda}$$

et s'il n'y a **pas de diffusion** :

$$A_{\lambda} = 1 - T_{\lambda} = 1 - e^{-\tau_{\lambda}}$$

Pour $\tau_{\lambda} = 1$, la radiance monochromatique est donc affaiblie d'un facteur $(1 - e^{-1})$, égal ~63%.

Au fur et à mesure que τ_{λ} augmente, l'absorptivité tend vers l'unité. Pour des longueurs d'onde près du centre des lignes d'absorption, le coefficient d'absorption devient très grand, ainsi, un très court chemin optique est suffisant pour absorber virtuellement toute la radiation incidente.

Masse surfacique

Si $k_{e\lambda}$ est indépendant de z, on a que:

$$\tau_{\lambda} = \sec \theta \int_z^{\infty} k_{e\lambda} \rho dz = k_{e\lambda} \sec \theta \int_z^{\infty} \rho dz = k_{e\lambda} u$$

où

$$u \triangleq \sec \theta \int_z^{\infty} \rho dz$$

est appelée la **masse surfacique**.

Exemple

De la radiation solaire directe traverse une couche de 100 m d'épaisseur contenant un gaz de densité $\rho = 0.1 \text{ kg m}^{-3}$. Les rayons sont à 60° du zénith. Calculer l'épaisseur optique, la transmissivité et l'absorptivité de la couche aux longueurs d'onde λ_1 , λ_2 et λ_3 , auxquelles la section efficace d'absorption spécifique est 10^{-3} , 10^{-1} et $1 \text{ m}^2 \text{ kg}^{-1}$, respectivement.

$$\Delta u = \sec \theta \int_z^{z+100} \rho \, dz = \sec 60^\circ \times 0,1 \times 100 = 20 \text{ kg m}^{-2}$$

$$\tau_\lambda = k_\lambda \Delta u$$

et

$$T_\lambda = e^{-\tau_\lambda} = e^{-k_\lambda \Delta u}, \quad A_\lambda = 1 - T_\lambda = 1 - e^{-k_\lambda \Delta u}$$

	$\lambda = \lambda_1$	$\lambda = \lambda_2$	$\lambda = \lambda_3$
k_λ	10^{-3}	10^{-1}	1
τ_λ	0.02	2	20
T_λ	0.98	0.135	2×10^{-9}
A_λ	0.02	0.865	1.00

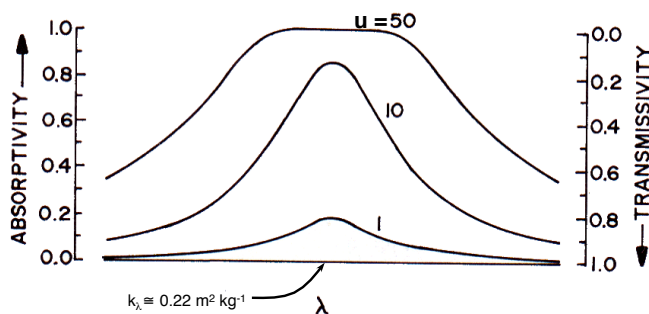
Spectre d'absorption

La relation non linéaire entre l'absorptivité et l'épaisseur optique, $A_\lambda = 1 - e^{-\tau_\lambda}$, cause un élargissement des bandes d'absorption en fonction de la masse surfacique.

Pour des **faibles masses surfaciques ($u \downarrow$)**, on a:

$$k_\lambda \approx \text{cte} \Rightarrow \tau_\lambda \approx k_\lambda u \quad \text{et} \quad e^{-\tau_\lambda} \approx 1 - \tau_\lambda = 1 - k_\lambda u \Rightarrow \boxed{A_\lambda = k_\lambda u}$$

Par contre, pour des **grandes masses surfaciques ($u \uparrow$)** on a $\boxed{A_\lambda \rightarrow 1}$ à toutes les longueurs d'onde et le gaz se comporte comme un corps noir.



Spectre d'absorption autour d'une ligne spectrale pour trois masses surfaciques différentes.

Les régions du spectre à faible absorption entre deux bandes d'absorption sont assez fréquemment appelées "fenêtres".

Rayonnement solaire direct : irradiance

L' *irradiance monochromatique* pour la couche $\infty - z$ sur un plan horizontal est donnée par :

$$\begin{aligned} F_{S_{\lambda||}} &= \int_{\omega_s} I_{\lambda} \cos \theta \, d\omega = 6.84 \times 10^{-5} I_{\lambda\infty} \exp(-\tau_{\lambda}) \\ &= S_{0\lambda} \exp(-\tau_{\lambda}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{\lambda} &= I_{\lambda\infty} \exp(-\tau_{\lambda}) \\ S_{0\lambda} &= \int_{\omega_s} I_{\lambda\infty} \cos \theta \, d\omega \simeq 6.84 \times 10^{-5} \times I_{\lambda\infty} \end{aligned}$$

Profil vertical d'absorption. Modèle de Chapman

Soit une *atmosphère isotherme et "homogène"* de sorte que k_{λ} est indépendant de la hauteur. En supposant que l'air se comporte comme un gaz idéal et que l'atmosphère est hydrostatique nous avons

$$\left. \begin{aligned} p &= R \rho T \\ \frac{dp}{dz} &= -\rho g \end{aligned} \right\} \Rightarrow R T \frac{d\rho}{dz} = -\rho g \Rightarrow d \ln \rho = -\frac{g}{R T} dz \Rightarrow \ln \frac{\rho}{\rho_0} = -\frac{z}{H} \quad \text{où } H = \frac{R T}{g}$$

$$\rho = \rho_0 \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$$

Où ρ_0 est la densité au niveau moyen de la mer.

De l'équation de τ_λ on obtient :

$$\tau_\lambda = \sec \theta \int_z^\infty k_\lambda \rho dz = \sec \theta \int_z^\infty k_\lambda \rho_0 \exp\left(-\frac{z}{H}\right) dz$$

et une fois intégrée elle nous donne :

$$\tau_\lambda = \sec \theta k_\lambda \rho_0 H \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$$

De la loi de Beer :

$$F_{S\lambda\parallel} = S_{0\lambda} e^{-\tau_\lambda} \Rightarrow dF_{S\lambda\parallel} = -S_{0\lambda} e^{-\tau_\lambda} d\tau_\lambda$$

et de

$$d\tau_\lambda = -\underbrace{\sec \theta k_\lambda \rho_0 H e^{-z/H}}_{\tau_\lambda} \frac{1}{H} dz$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial F_{S\lambda\parallel}}{\partial z} = \frac{S_{0\lambda}}{H} \tau_\lambda e^{-\tau_\lambda}}$$

À la *hauteur où l'absorption est maximale* on a que

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial F_{S\lambda\parallel}}{\partial z} \right) = \frac{S_{0\lambda}}{H} \frac{\partial}{\partial z} (\tau_\lambda e^{-\tau_\lambda}) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial z} (\tau_\lambda e^{-\tau_\lambda}) = 0$$

$$\frac{\partial \tau_\lambda}{\partial z} e^{-\tau_\lambda} - \tau_\lambda e^{-\tau_\lambda} \frac{\partial \tau_\lambda}{\partial z} = 0$$

$$\Rightarrow 1 - \tau_\lambda = 0 \Rightarrow \boxed{\tau_\lambda = 1}$$

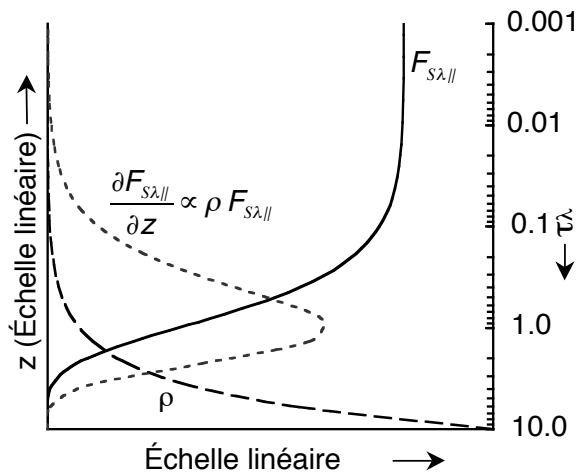
Par conséquent, le maximum d'absorption a lieu au niveau où l'épaisseur optique est l'unité.

De l'équation :

$$\frac{\delta F_{S\lambda\parallel}}{F_{S\lambda\parallel}} = k_\lambda \rho \sec \theta dz$$

on a que :

$$\boxed{\frac{\partial F_{S\lambda\parallel}}{\partial z} \sim F_{S\lambda\parallel} \rho}$$



$$\rho = \rho_0 \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$$

$$\tau_\lambda = \sec \theta k_\lambda \rho_0 H \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$$

$$F_{S\lambda||} = S_{0\lambda} \exp(-\tau_\lambda)$$

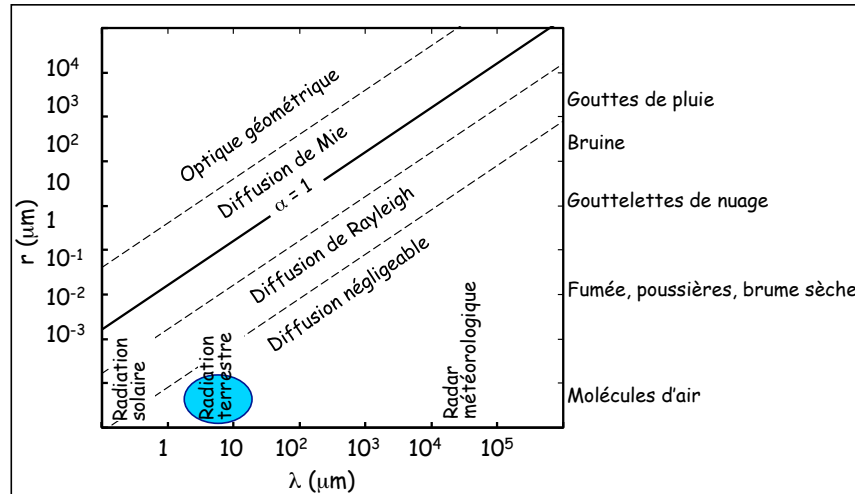
Profil vertical de la radiation incidente $F_{S\lambda||}$ du taux d'absorption $\partial F_{S\lambda||} / \partial z$ et de la densité de l'air ρ en fonction de la hauteur et de l'épaisseur optique pour une atmosphère isotherme et k_λ indépendant de la hauteur.

L'hypothèse d'une atmosphère isotherme avec un coefficient d'absorption constant simplifie de beaucoup la dérivation mathématique du profil d'absorption. Pour des profils de T et k_λ plus réalistes, les résultats obtenus ci-dessus sont encore qualitativement valides.

L'équation de Schwarzschild

Transfert radiatif à l'I.R.

Considérons un milieu non diffusif localement à l'équilibre thermodynamique. Un faisceau d'intensité I_λ qui le traverse sera soumis au même temps à de l'absorption et à de l'émission. Ceci est le cas du transfert de radiation à l'infrarouge émise par la Terre et son atmosphère.



Équation de Schwarzschild

Dans ce cas la fonction source est donnée par la fonction de Planck :

$$J_\lambda = B_\lambda(T)$$

et l'équation du transfert radiatif devient

$$\frac{1}{k_{a\lambda} \rho} \frac{\partial I_\lambda}{\partial s} = B_\lambda(T) - I_\lambda$$

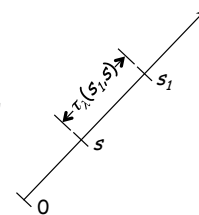
Or, soit

$$\tau_\lambda(s_1, s) \triangleq \int_s^{s_1} k_{a\lambda} \rho ds \Rightarrow d\tau_\lambda(s_1, s) = -k_{a\lambda} \rho ds$$

on obtient

$$-\frac{\partial I_\lambda(s)}{\partial \tau_\lambda(s_1, s)} = B_\lambda[T(s)] - I_\lambda(s)$$

que si on multiplie par $e^{-\tau_\lambda(s_1, s)}$ et on intègre de **0** à s_1 , nous donne : $\rightarrow$

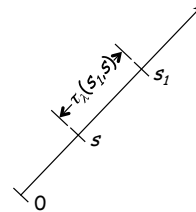


Intégration de l'équation de Schwarzschild

$$-\int_0^{s_1} d[I_\lambda(s) e^{-\tau_\lambda(s_1, s)}] = \int_0^{s_1} B_\lambda[T(s)] e^{-\tau_\lambda(s_1, s)} d\tau_\lambda(s_1, s)$$

d'où

$$I_\lambda(s_1) = I_\lambda(0) e^{-\tau_\lambda} + \int_0^{s_1} B_\lambda[T(s)] e^{-\tau_\lambda(s_1, s)} k_{a\lambda} \rho ds$$



Le premier terme indique l'atténuation du rayonnement par absorption dans le milieu. Le deuxième terme représente l'émission par le milieu entre **0** et **s₁**. Si la température et la densité du milieu sont connues, alors l'équation de Schwarzschild peut être numériquement intégrée.

Pour une **atmosphère isotherme** on obtient :

$$[I_\lambda(s_1) - B_\lambda] = [I_\lambda(0) - B_\lambda] e^{-\tau_\lambda}$$

Reproducing Herschel's experiment of 1800

