UQÀM | Département des sciences de la Terre et de l'atmosphère
FACULTÉ DES SCIENCES
Université du Québec à Montréal

PHYSIQUE DE L'ATMOSPHÈRE

Exercices de thermodynamique

1) Quelle serait la masse moléculaire moyenne de l'air sec si sa composition en masse était la suivante : azote 75 % et oxygène 25 %.

2) Un gaz obéit à une équation d'état de la forme

$$p(V-b) = NR\theta$$

où b est un volume constant, θ une échelle de température.

a) Quel travail W faut-il fournir à N moles du gaz dans une transformation isotherme dans laquelle le volume passe de V_1 à V_2?

b) Répondez à la même question pour un gaz obéissant à l'équation d'état

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V-b) = NR\theta$$

c) Qu'arrive-t-il si $a \rightarrow 0$ et $b \rightarrow 0$?

3) Un solide a une compressibilité isotherme $K_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_\theta$ que l'on supposera constante (c'est à dire, indépendante de V, p, θ). Il subit une transformation isotherme telle que la pression passe de la valeur p_1 à p_2.

a) Calculez le travail reçu?
Données numériques: $K_T = 10^{-11}$ Pa^{-1}, $p_1 = 1$ atm, $p_2 = 100$ atm et $V = 1$ litre.

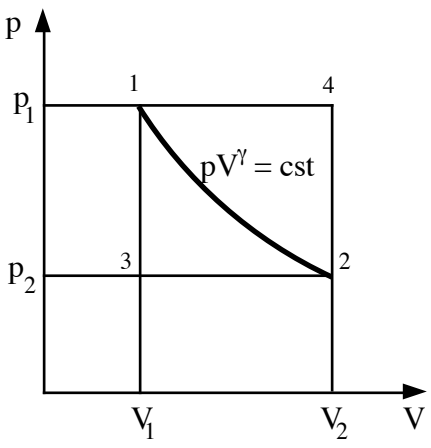
b) Comparez au travail que recevrait un gaz parfait de même volume et pression initial dans le cas d'une augmentation identique de la pression.

4) Les transformations adiabatiques d'une masse constante d'un certain gaz obéissent à la relation :

$$pV^\gamma = cte\,.$$

Soit deux états (p_1, V_1) et (p_2, V_2) sur une même adiabatique. Calculer la différence d'énergie interne U_2 - U_1 entre les deux états, le travail W et la chaleur Q reçus par le système dans la transformation 1→3→2, le travail et la chaleur reçus sur 1→4→2.

Application numérique : $\gamma = 5/3$, $V_1 = 1$ L, $p_1 = 32$ atm et $V_2 = 8$ L.



5) Deux corps de capacités calorifiques constantes C_1 et C_2 sont initialement aux températures T_1 et T_2. Ils échangent de la chaleur à volume constant jusqu'à l'équilibre thermique. Quelle est la température T_f? Quelle est l'augmentation d'entropie ΔS.

6) Les deux compartiments d'un cylindre isolé de volume V contiennent initialement un gaz parfait monoatomique à la même température $T = T_1 = T_2 = 300$ K, sous la pression $p_1 = 1$ atm et $p_2 = 2$ atm. Les volumes initiaux sont égaux : $V_1 = V_2 = 1/2\ V = 1$ L. La paroi diatherme qui sépare les deux compartiments est rendue libre. Quelles sont : la température finale T_f, la pression finale p_f et la variation d'entropie?

7) a) Un corps de capacité calorifique C constante et de température initiale T_i est mis en contact avec un thermostat de température T_f. Calculez la variation totale d'entropie quand le corps passe de T_i à T_f et montrez qu'elle est positive.

b) Un bloc métallique de masse $m = 0.4$ kg, de capacité calorifique spécifique $c = 150$ J kg^{-1} K^{-1} porté à 100°C est immergé dans un lac à 10°C. Quelle est la variation d'entropie de l'Univers?

8) Deux corps identiques de capacité calorifique C, ont initialement des températures T_1 et $T_2 < T_1$. Un moteur (M) les utilise comme sources chaude et froide pour produire un travail $|W|$. À la fin du processus (M) retrouve son état initial, et les deux corps sont à une même température T_0. Trouver la valeur maximale de $|W|$ et la valeur de T_0, quand $|W|$ atteint son maximum.

9) a) Dans une détente adiabatique d'une mole de gaz parfait, quel est le travail fourni par le gaz si p_1, p_2, T_1, η, et R sont donnés ?

b) Quelle est la température finale T_2 ?

c) Quelle est la variation d'énergie interne et d'entropie en fonction de T_1, p_1, p_2, γ, et C_V ?

10) a) Dans une détente à pression constante d'une mole de gaz parfait, quelle est la quantité de chaleur fournie si p, η, C_p, V_1 et V_2 sont données ?

b) Quelle est la variation d'entropie ?

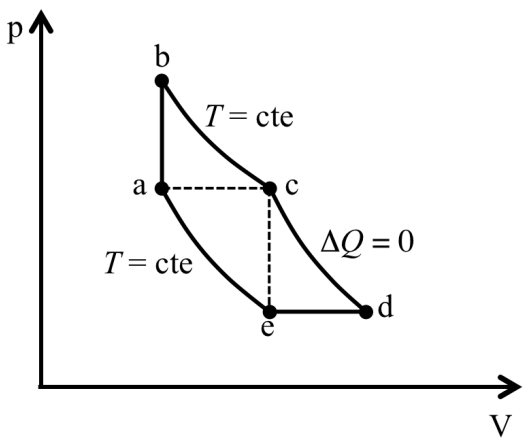
11) Un travail de 1000 J a été fourni à température constante de 20 °C à un gaz parfait. Quelle a été la variation d'entropie de ce gaz ?

12) Une mole d'un gaz idéal occupe un volume de 10 L à 300 K. Le gaz subit une détente dans le vide jusqu'à un volume de 20 L. Calculer le changement d'entropie et de la fonction de Gibbs.

13) Dans le cycle de la figure, les valeurs de p_a, p_b, T_a, c_p, c_V, et R sont données.

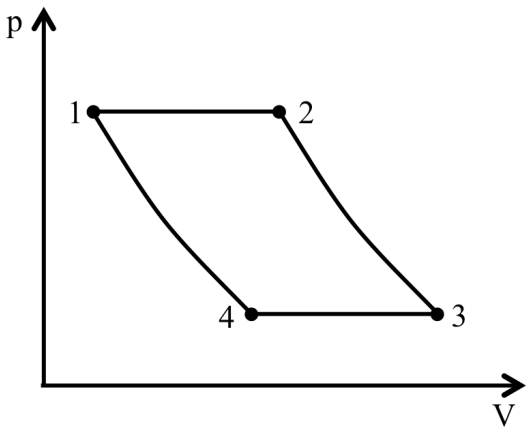
a) Trouvez toutes les autres variables d'état pour les points a, b, c, d, e et les variations d'énergie interne, entropie, et enthalpie pour chaque portion du cycle.

b) Quel est le rendement de ce cycle ?



14) a) Quel est le rendement d'un cycle composé par deux adiabatiques et deux transformations à pression constante comme en figure ?
(Considérez une mole de gaz parfait et que p_1, p_2, V_1, V_2, V_3, et V_4 sont donnés.)

b) Représentez ce cycle sur un diagramme S – T, en supposant qu'il est réversible. Donnez les équations des lignes.



15) Dans l'état initial d'une transformation on a n moles d'un gaz parfait à température T_1 dans lequel une masse de m grammes de glaces est introduite. Dans l'état final la glace est complètement fondue et le système gaz-eau est à une température uniforme T_2. La pression p est constante pendant la transformation.

a) Si la chaleur spécifique molaire est C_p (cal mole^{-1} deg^{-1}), quelle est la quantité de chaleur ΔQ perdue par le gaz?

b) Quelle est la quantité de chaleur ΔQ_1 utilisée pour fondre la glace si la chaleur latente de fusion est ℓ_f (cal g^{-1})?

c) Quelle est la quantité de chaleur ΔQ_2 utilisée pour réchauffer l'eau de 0°C à T_2? (La chaleur spécifique est c en cal g^{-1} deg^{-1}).

d) Pendant la transformation il n'y a pas d'échange de chaleur avec l'extérieur, ça veut dire que la chaleur perdue par le gaz a été entièrement utilisée par la glace (l'eau). Quelle est la température finale T_2 si m = 10 g, c_p = 5 cal mole^{-1} deg^{-1}, n = 10 mole, ℓ_f = 80 cal g^{-1}, c = 1 cal g^{-1} deg^{-1}, T_1 = 320 K?

e) Quel est le travail W (Joule) fait par le gaz (R = 2 cal mole^{-1} deg^{-1})?

f) Quel est le travail W_2 (Joule) fait par le système gaz et eau si les masses spécifiques de la glace et l'eau sont ρ_g = 0.9 g cm^{-3} et ρ_e = 1 g cm^{-3} et p = 1 atm?

g) Quelle est la variation d'énergie interne de l'eau?

h) Quelle est la variation d'énergie interne du gaz ($C_V = C_p$ - R)?

i) Peut-on utiliser la formule $\Delta U = C_V \Delta T$ pour calculer la variation d'énergie interne de l'eau? Pourquoi?

16) La tension de saturation e_s de la vapeur d'eau satisfait approximativement l'équation

$$d\left(\ln e_s\right) = \frac{\ell_v}{R_V T^2} dT$$

a) En considérant ℓ_v = 2500 J g^{-1} indépendant de la température, déterminez e_s (T) en choisissant la constante d'intégration de telle sorte qu'à T = 273 K on ait e_s = 6.105 mb.

b) Avec quelle précision cette fonction représente-t-elle les valeurs mesurées de es dans l'intervalle de température [-10°C, 10°C]? (Comparez avec une table de e_s (T)).

17) a) Pendant la fusion de 100 g de glace sous une pression de 1 atm, calculez la variation de:

i) L'énergie interne (ΔU)
ii) L'enthalpie (ΔH)
iii) L'entropie (ΔS)
iv) L'énergie de Gibbs (ΔG)

b) Si le changement d'état isobare a lieu dans un système fermé composé initialement de 100 g de glace et de 40 kg d'air à 10 °C, quelle est la température d'équilibre du système?

c) Quelle est la variation de l'entropie de l'air?

18) Un volume de 20 L d'air à 20 °C et à 60% d'humidité relative subit une compression isotherme jusqu'à un volume de 4 L. Calculez la masse d'eau condensée.

19) a) Quelle est la pression partielle de vapeur d'eau (e_s mb) et la densité de vapeur d'eau au dessus d'un lac aux températures suivantes: 20°C, -20°C, 0°C (lac gelé), 0°C (lac non gelé)?
b) Quels sont les rapports de mélange saturants si la pression d'air humide est de 1 atm?
c) Quels sont les coefficients de chaleur spécifiques des mélanges d'air sec et de vapeur et les températures virtuelles?

20) Quelle quantité d'eau (en kg j^{-1}) est nécessaire pour maintenir une chambre de 3 x 3 x 3 m^3 à une humidité relative de 60% si la température est maintenue à 20°C et si l'air de la chambre est renouvelé trois fois par jour avec l'air extérieur à T = -20°C et U = 50%.

21) Pourquoi l'intérieur de nos habitations est-il si « sec » pendant la période hivernale?

22) Dans une parcelle d'air les conditions initiales sont : T = -10°C, p = 900 mb, r = 1.29 g kg-1, l'air contient 1 g kg-1 d'eau liquide et 1 g kg -1 de glace.

a) Est-ce que le système est stable ? Pourquoi ?

b) Quels sont les conditions d'équilibre ?

Réponses aux problèmes

1. 28.91 g mol^{-1}

2. **a)** $-N\,R\theta \ln\dfrac{V_2-b}{V_1-b}$; **b)** $-N\,R\theta \ln\dfrac{V_2-b}{V_1-b} - a\left(\dfrac{1}{V_2}-\dfrac{1}{V_1}\right)$; **c)** gaz idéaux

3. **a)** 0.5 J ; **b)** ~467 J

4. **1→3→2)** $\Delta U = W = \dfrac{p_2V_2 - p_1V_1}{\gamma - 1}$, $Q = 0$; **1→4→2)** $W = -p_1\left(V_2 - V_1\right)$,

$$Q = \frac{p_2V_2 - p_1V_1}{\gamma - 1} + p_1\left(V_2 - V_1\right)$$

5. $T_f = \dfrac{C_1T_1 + C_2T_2}{C_1 + C_2}$, $\Delta S = C_1 \ln\dfrac{T_f}{T_1} + C_2 \ln\dfrac{T_f}{T_2}$

6. 300 K ; 1.5 atm ; 0.057 J K^{-1}

7. **a)** $\Delta S = C\left(\ln\dfrac{T_f}{T_i} + \dfrac{T_i}{T_f} - 1\right)$; **b)** 2.5 J K^{-1}

8. $T_0 = \sqrt{T_1T_2}$, $|W|_{Max} = C\left(T_1 + T_2 - 2\sqrt{T_1T_2}\right)$

9. **a)** $\dfrac{R}{\eta - 1}T_1\left[\left(\dfrac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\eta}{\eta}} - 1\right]$; **b)** $T_1\left(\dfrac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\eta}{\eta}}$; **c)** $\Delta U = W = C_VT_1\left[\left(\dfrac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\eta}{\eta}} - 1\right]$, $\Delta S = 0$

10. **a)** $\dfrac{\eta}{\eta - 1}\left(V_2 - V_1\right)$; **b)** $C_p \ln\dfrac{V_2}{V_1}$

11. -3.41 J K^{-1}

12. ΔS = 5.76 J K^{-1}, ΔG = -1728 J

13. **a)** $V_a = \dfrac{RT_a}{p_a}; V_b = V_a, T_b = T_a\dfrac{p_b}{p_a}; T_c = T_b, p_c = p_a, V_c = RT_a\dfrac{p_b}{p_a^2};$

$$T_d = T_a\left(\frac{p_b}{p_a}\right)^{1/\eta}, p_d = \frac{p_a^2}{p_b}, V_d = \frac{RT_ap_b}{p_a^2}\left(\frac{p_b}{p_a}\right)^{1/\eta}; T_e = T_a, p_e = \frac{p_a^2}{p_b}; V_e = V_c;$$

$$\Delta U_{ba} = C_VT_a\frac{p_b - p_a}{p_a}, \Delta S_{ba} = C_V\ln\frac{T_b}{T_a}, \Delta H_{ba} = C_pT_a\frac{p_b - p_a}{p_a};$$

$$\Delta U_{cb} = \Delta H_{cb} = 0, \Delta S_{cb} = R\ln\frac{p_b}{p_a};$$

$$\Delta U_{dc} = C_VT_a\frac{p_b}{p_a}\left[\left(\frac{p_b}{p_a}\right)^{-R/C_p} - 1\right], \Delta S_{dc} = 0, \Delta H_{dc} = C_pT_a\frac{p_b}{p_a}\left[\left(\frac{p_b}{p_a}\right)^{-R/C_p} - 1\right];$$

$$\Delta U_{ed} = C_VT_a\left[1 - \left(\frac{p_b}{p_a}\right)^{C_V/C_p}\right], \Delta S_{ed} = -C_V\ln\frac{p_b}{p_a}, \Delta H_{ed} = C_pT_a\left[1 - \left(\frac{p_b}{p_a}\right)^{C_V/C_p}\right];$$

Réponses aux problèmes (suite)

$\Delta U_{ae} \Delta H_{ae} = 0, \Delta S_{ae} = -R \ln \frac{p_b}{p_a}$;

b) $\left| \frac{C_p T_a \left[1 - \left(\frac{p_b}{p_a} \right)^{C_V / C_p} \right] + R T_a \ln \frac{p_a}{p_b}}{C_V T_a \frac{p_b - p_a}{p_a} + R T_a \frac{p_b}{p_a} \ln \frac{p_b}{p_a}} + 1 \right|$

14. **a)** $\left| \frac{p_2 (V_3 - V_4)}{p_1 (V_2 - V_1)} - 1 \right|$; **b)** pour les adiabatiques : S = cte ; pour les isobares : $\Delta S = C_p \Delta (\ln T)$

15. **a)** $nC_p(T_2 - T_1)$; **b)** $m \ell_f$; **c)** $mc(T_2 - T_0)$; **d)** 299 K ; **e)** 420 cal ; **f)** 0.027 cal ; **g)** 260 cal ; **h)** -630 cal ; **i)** Non, l'eau liquide n'est pas un gaz ideal…

16. **a)** $2.587 \times 10^9 \exp\left\{ -\frac{5417}{T} \right\}$ (mb) ; **b)** 0.17 %

17. **a)** ΔU = 33.37 kJ, ΔH = 33.37 kJ, ΔS = 122 J K^{-1}, ΔG = 0 ; **b)** 3.4° C ; **c)** -902.5 J K^{-1}

18. 0.14 g

19. **a)**

T(°C)	e_{sw} (mb)	e_{si} (mb)	ρ (kg m^{-3})
20	23,37		17,27 10^{-3}
-20		1,032	0,88 10^{-3}
$0_{\text{lac gelé}}$		6,106	4,843 10^{-3}
$0_{\text{lac non gelé}}$	6,107		4.844 10^{-3}

b)

T(°C)	r_w (g kg^{-1})	r_i (g kg^{-1})
20	14,68	
-20		0,634
$0_{\text{lac gelé}}$		3,771
$0_{\text{lac non gelé}}$	3,772	

c)

T(°C)	c_p (J k^{-1} kg^{-1})	c_V (J k^{-1} kg^{-1})	T_v (K)	T_v (°C)
20	1017,8	728.2	295,8	22,6
-20	1005,6	718.4	253,2	-19,9
$0_{\text{lac gelé}}$	1008,3	720.63	273,8	0,63
$0_{\text{lac non gelé}}$	1008,3	720.63	273,8	0,63

20. 0.802 kg j^{-1}

21. CQFD

22. **a)** Le système n'est pas à l'équilibre. Vapeur, liquide, et solide sont en équilibre seulement au point triple. **b)** Pas de liquide, $T_f \sim -10$°C