

PHYSIQUE DE L'ATMOSPHERE

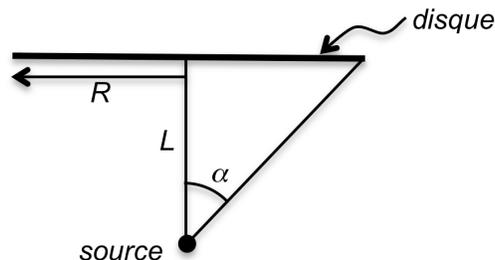
Exercices de radiation

- 1) Par l'observation au sol, la projection sur la sphère de rayon unitaire d'un nuage peut être schématiquement représenté par la portion du ciel délimitée par $\pi/4 < \theta < \pi/2$ et $0 < \phi < \pi/8$.
 - a) Déterminez l'angle solide sous-tendu par le nuage.
 - b) Quel pourcentage du ciel est couvert par ce nuage ?

- 2) La distance moyenne de la Terre à la Lune est $D_{TL} = 3,84 \times 10^5$ km et celle de la Terre au Soleil est $D_{TS} = 1,495 \times 10^8$ km. Le rayon de la Lune est $R_L = 1,74 \times 10^3$ km et celui du Soleil $R_S = 6,96 \times 10^5$ km.
 - a) Calculez les diamètres apparents (en degrés) sous-tendus par le Soleil et par la Lune.
 - b) Calculez les angles solides sous-tendus par le Soleil et par la Lune.
 - c) Quelle des deux astres apparaît plus grand vu de la Terre ?
 - d) Si les valeurs calculées étaient constantes, serait-il possible d'observer un éclipse total du Soleil ?

- 3) Quelle est la fraction de l'énergie solaire que la Terre intercepte?

- 4) Une source ponctuelle émet un rayonnement isotrope de flux radiatif $W_s = 2000$ W. Elle est placée sur l'axe d'un disque de rayon $R = 30$ cm à une distance $L = 30$ cm de son centre.
 - a) Calculez le flux radiatif W_i incident sur le disque et issu de la source.
 - b) En supposant que le disque se comporte comme un corps noir, calculez sa température à l'équilibre radiatif lorsque sa 2e face est isolée.
 - c) Que devient sa température d'équilibre si sa 2e face n'était pas isolée?



- 5) Si la distance Terre Soleil varie de 3.3 % autour d'une distance moyenne, montrez que la variation de la température de la Terre varie de 1.65 % ou environ 4 degrés.

6) L'irradiance monochromatique F_λ d'un corps réel s'établit comme suit:

$\lambda < 0,20 \mu\text{m}$	$F_\lambda = 0.4 \text{ W m}^{-2}\mu\text{m}^{-1}$
$0,20 \mu\text{m} \leq \lambda \leq 0,35 \mu\text{m}$	$F_\lambda = 0.8 \text{ W m}^{-2}\mu\text{m}^{-1}$
$0,35 \mu\text{m} \leq \lambda < 0,50 \mu\text{m}$	$F_\lambda = 1.0 \text{ W m}^{-2}\mu\text{m}^{-1}$
$0.50 \mu\text{m} \leq \lambda < 1.00 \mu\text{m}$	$F_\lambda = 0.2 \text{ W m}^{-2}\mu\text{m}^{-1}$
$1,00 \mu\text{m} \leq \lambda$	$F_\lambda = 0$

a) Calculez l'irradiance F .

Une surface opaque dont le facteur d'absorption est donnée par

$$a_\lambda = 0.3 \quad , \quad \lambda < 0,70 \mu\text{m}$$
$$a_\lambda = 0.8 \quad , \quad \lambda > 0,70 \mu\text{m}$$

est soumise à ce rayonnement.

b) Combien d'irradiance sera absorbée ?

c) Combien d'irradiance sera réfléchie ?

7) Calculer l'irradiance solaire au-dessus de l'atmosphère, au Pôle Nord, au solstice d'été. La distance Terre-Soleil en ce moment étant de $152 \cdot 10^6 \text{ km}$, et la déclinaison du Soleil de 23.5° . De combien la valeur calculée s'éloigne-t-elle de celle donnée par les tables météorologiques?

8) Dérivez la loi de Wien à partir de l'approximation de Wien de la loi de Planck. (À noter que la constante est légèrement différente.)

9) Pour chauffer une pièce, on utilise un radiateur cylindrique de diamètre $D = 2 \text{ cm}$ et de longueur $L = 0,5 \text{ m}$. Ce radiateur rayonne comme un corps noir et émet la puissance $P = 1 \text{ kW}$.

a) Calculer sa température

b) Déterminer la longueur d'onde pour laquelle son irradiance spectrale d'énergie est maximale.

c) Quelle devrait être sa température pour que cette longueur d'onde soit $2 \mu\text{m}$? Quelle serait alors sa puissance dégagée ?

10) Si le Soleil était légèrement teinté de bleu de sorte que son maximum d'irradiance monochromatique correspondrait à $\lambda = 0.40 \mu\text{m}$ au lieu de $0.475 \mu\text{m}$, estimez la température d'équilibre de la Terre en maintenant un albédo constant.

11) Quelle est l'énergie perdue par un être humain nu dans une pièce à 18°C ? On considère l'être humain et les murs comme des corps noirs; on prendra pour la température de la peau 32°C et sa surface de $1,4 \text{ m}^2$.

12) Un petit satellite noir, sphérique est en orbite autour de la Terre à une hauteur $h = 2000 \text{ km}$.

a) Quelle est la valeur de l'angle solide sous-tendu par la Terre telle que vue du satellite?

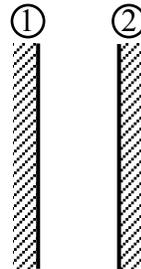
Sachant que le rayon de la Terre est R_T , montrez que l'angle solide sous lequel le satellite voit la Terre est égale à :

$$\Omega = 2\pi \left[1 - \frac{\sqrt{2R_T h + h^2}}{R_T + h} \right]$$

- b) Si la Terre émet des radiations comme un corps noir avec une température $T_{ET} = 255 \text{ K}$, calculez la température d'équilibre radiatif du satellite lorsque celui-ci se trouve dans l'ombre de la Terre.
- c) Répondez à la question « b » en utilisant l'approximation du faisceau parallèle pour le rayonnement terrestre.
- d) Pouvez-vous expliquer pourquoi cette méthode sous-estime la température du satellite? Montrez dans quelles conditions la méthode utilisée en c) est valable.
- e) Quelle est la température d'équilibre radiatif du satellite lorsqu'il est à peine sorti de l'ombre de la Terre? (Notez qu'à ce moment, la Terre telle que vue du satellite est encore noire.)
- f) Si le satellite possède une masse de 100 kg, un rayon de 1 m, et une chaleur spécifique de $10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ deg}^{-1}$, calculez le taux d'échauffement (deg s^{-1}) qu'il subit lorsqu'il sort tout juste de l'ombre de la Terre. (Supposez que le satellite sort de l'ombrage de façon instantanée).
- g) Si ce satellite possède une absorptivité de 0.5 pour toutes les longueurs d'ondes, en quoi les résultats de b), e), f) seraient affectés?
- h) Supposez qu'il serait important de garder la température du satellite aussi uniforme que possible durant ses révolutions; comment doit-on alors concevoir la surface extérieure de celui-ci?
- 13) Un satellite géostationnaire est à 36 000 km d'altitude. Calculer la température du satellite dans le système Terre-satellite en supposant que la Terre a une température d'équilibre égale à 255 K et qu'à l'infrarouge le satellite est un corps noir.

- 14) Soient les deux plaques parallèles et infinies représentées ci-contre. Les irradiances émises par ces deux plaques sont respectivement F'_1 et F'_2 , et leurs coefficients d'absorption sont a_1 et a_2 . En posant l'équilibre radiatif entre les deux plaques et sans utiliser la loi de Kirchhoff, montrez que

$$\frac{F'_1}{a_1} = \frac{F'_2}{a_2}$$



- 15) Considérez une planète avec une surface corps noir et une atmosphère avec une absorptivité a_S pour les courtes longueurs d'ondes et a_L pour les grandes longueurs d'ondes. Montrez que la température d'équilibre de la surface de cette planète est :
- i) augmentée si $a_L > a_S$
 ii) diminuée si $a_L < a_S$.
- 16) Si la température moyenne de la surface de la Terre est de 288 K, l'atmosphère est isotherme, et l'albédo planétaire est 0,30, trouvez le coefficient d'absorption de l'atmosphère pour les longues longueurs d'onde en considérant l'atmosphère transparente au rayonnement solaire.
- 17) Considérez une planète dont l'albédo est 0.3 et dont l'atmosphère est constituée de 2 sous-couches isothermes, chacune ayant un facteur d'absorption de 0 pour le

- rayonnement solaire et de 0.5 pour le rayonnement planétaire. Supposer que la planète rayonne comme un corps noir.
- Montrez que les irradiances de rayonnement planétaire vers le haut sont $F/3$ pour la couche supérieure, $F/2$ pour la couche inférieure et $5F/3$ pour la surface de la planète, où F est l'irradiance planétaire émise dans l'espace.
 - Calculez les températures d'équilibre radiatif de la surface planétaire et des 2 couches atmosphériques.
- 18)** Considérez une planète avec un albédo de 0.5 et une atmosphère constituée de N couches isothermes avec une absorptivité égale à 0 pour les courtes longueurs d'onde et 0.5 pour les grandes longueurs d'onde.
- Montrez que l'irradiance émise vers le haut de chaque couche sera (en commençant par la couche du haut): $F/3, F/2, 2F/3, \dots F(1+N)/6$.
 - Montrez que l'irradiance émise par la surface de la planète est donnée par $F(1+N/3)$.
 - Combien faut-il de couches pour expliquer la température de 700°K de la surface de Vénus?
- (F est le flux total émis vers l'extérieur par le système atmosphère et planète. Considérez que la planète et les N couches d'atmosphère sont à l'équilibre radiatif et émettent comme des corps noirs).
- 19)**
- Montrez que l'irradiance émise par la couche supérieure de l'atmosphère à niveau multiples, transparente au rayonnement solaire, est donnée par $aF/(2-a)$ où a est le coefficient d'absorption de cette dernière couche et F l'irradiance totale émise vers l'espace par le système Terre-atmosphère.
 - En utilisant la loi de Stefan-Boltzmann pour une couche infinitésimale à la limite supérieure de l'atmosphère, démontrez que l'équilibre radiatif se fait à une température limite égale à $T^* = 0.5^{0.25} T_E$, où T_E est la température effective de la planète.
- 20)** Montrez que pour une couche $\sigma_\lambda \ll 1$, $a_\lambda \approx \sigma_\lambda$.
- 21)** Un certain constituant atmosphérique possède un coefficient d'absorption de masse de $0.01 \text{ m}^2 \text{ kg}^{-1}$ pour toutes les longueurs d'onde.
- Quelle fraction du faisceau incident est absorbé en passant verticalement à travers une couche contenant 1 kg m^{-2} de gaz?
 - Combien de gaz devrait contenir la couche pour absorber la moitié du rayonnement incident?
- 22)**
- Montrez que si on considère k_λ et g indépendant de la hauteur, l'épaisseur optique à un niveau de pression p sera donné par:

$$\sigma_\lambda(p) = \frac{k_\lambda p \sec \phi}{g}$$
 - Prouvez que pour une atmosphère isotherme avec k_λ indépendant de la hauteur, le parcours optique grandit exponentiellement avec le parcours géométrique.
 - Si une planète possédait une atmosphère composée d'un gaz dont le coefficient d'absorption est $0.01 \text{ m}^2 \text{ kg}^{-1}$ pour toutes les longueurs d'ondes, estimez le niveau de pression et la hauteur à laquelle une radiation incidente à 30° par rapport au zénith traverserait un parcours optique égal à 1. Considérez $p_0 = 1000 \text{ mb}$, $g = 10 \text{ m s}^{-2}$ et un profil de température isotherme avec une hauteur caractéristique égale à 10 km .
 - Quelles sont les hauteurs respectives au-dessus desquelles 10%, 50% et 90% de la radiation incidente de longueur d'onde λ est absorbée?

- 23) a) Quelle fraction de la radiation de longueur d'onde l est absorbée par la couche qui est comprise entre $\sigma_\lambda = 0,2$ et $\sigma_\lambda = 4,0$?
- b) Quelle fraction de radiance monochromatique est émise par la couche qui est comprise entre $\sigma_\lambda = 0,2$ et $\sigma_\lambda = 4,0$ d'une atmosphère isotherme?
- c) quelle est l'épaisseur de la couche en a) et en b) à angle zénithal nul en multiples de l'échelle de hauteur H ?
- 24) Montrez que pour de la radiation isotrope, le facteur d'absorption d'une couche d'atmosphère infinitésimale défini à partir de l'irradiance est égal à deux fois le facteur d'absorption défini à partir de la radiance à angle zénithal nul.
- 25) L'irradiance monochromatique peut être définie soit en termes du nombre d'onde k que de la longueur d'onde λ de sorte que l'aire sous le spectre soit proportionnel à l'irradiance, lorsqu'il est tracé en fonction linéaire de k ou λ respectivement. Montrez que $E_k = \lambda^2 E_\lambda$.
- 26) Soit une population uniforme de particules sphériques d'indice de réfraction égal à 1,330. Quelle est la plus petite taille de ces particules de sorte qu'elles donnent une teinte bleue à un faisceau transmis de lumière blanche ?
- 27) Considérez un nuage modélisé constitué de gouttelettes de $40 \mu\text{m}$ de diamètre et dont la densité est de 1 cm^{-3} . Quelle est la longueur de parcours qu'une radiation incidente visible doit franchir à travers de ce nuage pour être atténuée d'un facteur e par diffusion?
- 28) Expliquez ou commentez brièvement :
- La température effective de Vénus est plus faible que celle de la Terre, même si Vénus est plus rapprochée du Soleil.
 - La température de couleur du Soleil est légèrement différente de sa température effective.
 - Les nuages bas émettent davantage du rayonnement I.R. que les nuages élevés d'épaisseur comparable.
 - La température effective de la Terre est environ $34 \text{ }^\circ\text{C}$ plus faible que la température moyenne de sa surface.
 - La présence d'un couvert nuageux tend à favoriser des températures diurnes plus faibles et des températures nocturnes plus élevées.
 - Par temps clair et calme, la nuit, la température de surface diminue plus rapidement quand la couche d'air au-dessus est sèche que lorsqu'elle est humide, même avant la formation éventuelle de rosée.
 - Les lignes (raies) individuelles dans un spectre d'absorption ne sont pas toujours apparentes.
 - La fumée de cigarette nous apparaît bleue lorsqu'elle n'est pas aspirée dans les poumons alors qu'elle est plutôt blanche dans le cas contraire.
 - La présence d'un couvert de neige tend à abaisser la température de l'air près de la surface, particulièrement par une nuit claire.
 - Les étés sont plus fraîches dans les régions polaires que dans les latitudes moyennes, en dépit du fait que la radiance solaire est plus élevée.
 - Un accroissement de la concentration d'aérosol atmosphérique pourrait augmenter ou diminuer l'albédo planétaire.

- 29) Un radiomètre opérant à la longueur d'onde $\lambda = 0,45$, mesure à la surface la radiance solaire I_λ à deux angles de zénith différents :

Angle zénithal, θ (°)	I_λ ($\text{W m}^{-2} \text{sr}^{-1} \mu\text{m}^{-1}$)
30	$1,74 \cdot 10^7$
60	$1,14 \cdot 10^7$

Déterminez la constante solaire S_λ et l'épaisseur optique de l'atmosphère τ_λ

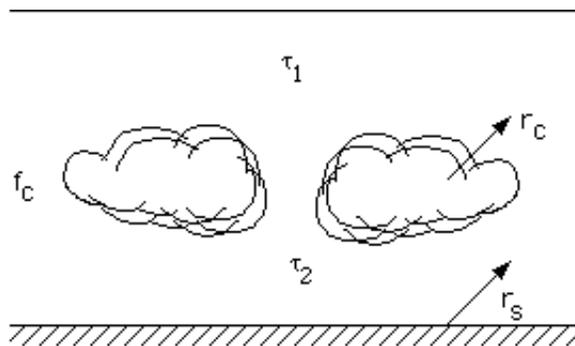
- 30) Supposez qu'une couche de nuages se déplace sur une surface de neige. Quel est le taux maximum de fusion de la neige par radiation si les nuages sont à 7 C, ils ont une absorptivité de 0.9, et l'absorptivité de la neige est de 0.95.

(Considérez que la couche de nuage et la surface de neige peuvent être représentées par deux plaques parallèles et infinies. Montrez que l'irradiance nette est donnée par :

$$E_s \uparrow - E_c \downarrow = E_n = \frac{a_s a_c}{1 - (1 - a_s)(1 - a_c)} \sigma (T_s^4 - T_c^4)$$

où a_s , T_s , et a_c , T_c sont respectivement l'absorptivité et la température de la surface de neige et de la couche de nuages).

- 31) Considérez le modèle simplifié suivant pour une balance d'énergie radiative courte. L'atmosphère se constitue d'une couche supérieure de transmissivité τ_1 , d'un couvert nuageux f_c et d'une couche inférieure de transmissivité τ_2 . La surface de la terre a une réflectivité r_s . On suppose aussi qu'il n'y a aucune absorption à l'intérieur des nuages ni diffusion dans les couches 1 et 2.



- a) Montrez que le rayonnement court total atteignant la surface de la planète divisé par le rayonnement solaire incident au sommet de l'atmosphère est donné par

$$F_s = \frac{[(1 - f_c) + f_c(1 - r_c)]\tau_1\tau_2}{1 - \tau_2^2 f_c r_c r_s}$$

- b) Montrez que l'albédo planétaire est donné par

$$A = f_c r_c \tau_1^2 + F_s r_s [(1 - f_c) + f_c(1 - r_c)]\tau_1\tau_2$$

- c) Calculez l'albédo planétaire si $f_c = r_c = 0.5$, $\tau_1 = 0.95$, $\tau_2 = 0.90$, $r_s = 0.125$.
d) Quel serait l'albédo d'une Terre sans nuage selon ce modèle?
e) Toujours d'après le modèle, quel serait l'albédo de la Terre si elle était entièrement recouverte de nuages?

Supposez que l'albédo terrestre est donné par

$$r_t = f_e r_e + f_s r_s + f_g r_g$$

où $f_e = 0.7$, $f_s = 0.22$ et $f_g = 0.08$ sont les fractions de la surface terrestre actuellement couvertes respectivement par l'eau, le sol et la glace et $r_e = 0.05$, $r_s = 0.15$ et $r_g = 0.7$ leurs albédos

f) Calculez r_t correspondant aux conditions d'époque glaciaire:

$$f_e = 0.7, f_s = 0.12 \text{ et } f_g = 0.18.$$

g) Calculez l'albédo planétaire pendant l'époque glaciaire. (Supposez $f_c = 0.5$).

h) Calculez la différence de température effective entre les conditions actuelles et celles de l'âge glaciaire. (Montrez d'abord que $\delta T_E/T_E = 1/4 [\delta(1 - A)/(1 - A)]$).

32) a) Combien d'énergie faut-il pour élever la température moyenne d'une colonne atmosphérique unitaire (1 m^2) de 1°C ?

b) Si toutes les sources d'énergie s'éteignaient et que l'atmosphère se mettait à rayonner comme un corps noir à une température effective de 250 K , calculez le taux initial de diminution de sa température moyenne. (Considérez une colonne d'atmosphère de section 1 m^2 et donnez la réponse en deg jour^{-1} .)

c) En termes de capacité thermique, l'atmosphère est équivalente à une couche d'eau de combien de centimètres?

33) Une usine thermonucléaire décharge dans un lac la chaleur excédante à un taux de 10 GW . La surface du lac est 10^3 km^2 et sa profondeur est 10 m .

a) En supposant que la chaleur est répartie uniformément, à quel taux augmentera la température du lac s'il n'y a pas de perte d'énergie?

b) Si la température moyenne du lac est de 10°C en l'absence de l'usine, de combien le lac doit-il se réchauffer pour dissiper par radiation la décharge de chaleur? (Supposez que le lac rayonne comme un corps noir.)

34) L'équation classique de croissance par diffusion des gouttelettes d'eau et des cristaux de glace ne considère que le transfert de chaleur par diffusion entre la particule et son environnement. Considérez une particule qui croît par diffusion et comparez le taux de perte de chaleur par conduction et par radiation respectivement. Est-il correct de négliger les pertes de chaleur par radiation dans le cas de la croissance par diffusion de gouttelettes d'eau? Qu'en est-il pour la croissance par diffusion des cristaux de glace?

Réponses aux problèmes

1. (a) 0.39 sr; (b) 6.25 %
2. (a) $6.81 \cdot 10^{-5}$, $6.45 \cdot 10^{-5}$; (b) 32', 31.15'; (c) Soleil; (d) Non
3. $4.54 \cdot 10^{-10}$
4. (a) 293W; (b) 368 K; (c) 309 K
6. (a) 0.45 W m^{-2} ; (b) 0.2 W m^{-2} , 0.25 W m^{-2}
7. $45.42 \text{ MJ m}^{-2} \text{ j}^{-1}$
9. (a) 866 K; (b) $3.35 \text{ }\mu\text{m}$; (c) 1449 K, 7850 W
10. 320 K
11. 118 W
12. (a) 2.2073 sr; (b) 165 K; (c) 157 K; (e) 287 K; (f) 0.043 deg s^{-1} ; (g) pas d'effet, pas d'effet, 0.021 deg s^{-1} ; (h) une valeur d'albedo grande aux courtes longueurs d'onde
13. 70 K
16. 0.79
17. (b) 290 K, 255 K, 231 K
18. (c) 269
21. (a) 1 %; (b) 69.3 kg m^{-2}
22. (c) 8.66 mb, 47.5 km; (d) 68.5 km, 49,7 km, 37.7 km
23. (a) 80 %; (b) 80 %; (c) 3 H
26. $0.6 \text{ }\mu\text{m}$
27. 398 m
29. (a) $2.4 \cdot 10^3 \text{ W m}^{-2} \text{ }\mu\text{m}^{-1}$; (b) 0.59
30. $7.4 \text{ kg m}^{-2} \text{ j}^{-1}$
31. (c) 0.278; (d) 0.09; (e) 0.475; (f) 0.179; (g) 0.302; (h) -2.2 K
32. (a) 107 J m^{-2} ; (b) 1.9 deg j^{-1} ; (c) 237 cm
33. (a) $2.06 \cdot 10^{-2} \text{ deg j}^{-1}$; (b) $2 \text{ }^\circ\text{C}$
34. Gouttelettes : 1.2 % négligeable. Cristaux : 24 % non négligeable