

SCA 7043 - Météorologie synoptique

Équation du tourbillon à l'échelle synoptique

Le Mardi 01 novembre 2016


Équation du tourbillon sur l'échelle synoptique

Ainsi, à l'échelle synoptique, l'équation du tourbillon :

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} + v \frac{\partial f}{\partial y} = -(\zeta + f) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

En terme du tourbillon absolu, $\eta = \zeta + f$, :

$$\frac{d\eta}{dt} = -\eta\delta$$

Interprétation :

- Point de vue Lagrangien : amplification des systèmes météo
- Point de vue Eulérien : propagation des systèmes météo

Quel est le mécanisme responsable de l'amplification d'un creux en altitude ?

L'amplification d'un creux en altitude implique que $\frac{d\zeta}{dt} > 0$ Rappel :

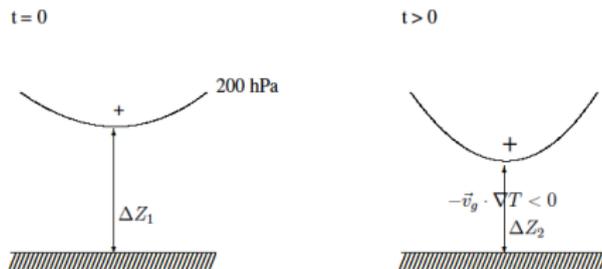
$$\frac{d(\zeta + f)}{dt} = -\delta\zeta$$

Dans l'axe d'un creux : $\frac{df}{dt} = 0$ car $v = 0$ $\frac{d\zeta}{dt} = -\delta\zeta > 0 \equiv \delta < 0$ car $\zeta > 0$

D'après l'équation de continuité : $\frac{\partial\omega}{\partial p} = -\delta$

$\omega_{top} = 0$ et $\delta < 0 \rightarrow \omega > 0$ [réchauffement adiabatique]

D'après l'équation thermodynamique : $\omega > 0 \rightarrow -\vec{v} \cdot \nabla T < 0$



Hypothèse

Pour l'analyse, $\frac{d\zeta}{dt} = -\eta\delta$ car dans l'axe d'un creux $v=0$ donc, $\frac{df}{dt} = 0$:

- L'amplification d'un creux est associée avec de la convergence en altitude :

$$\frac{d\zeta}{dt} > 0 \rightarrow \delta < 0$$

- La convergence en altitude est liée au mouvement vertical de l'air :

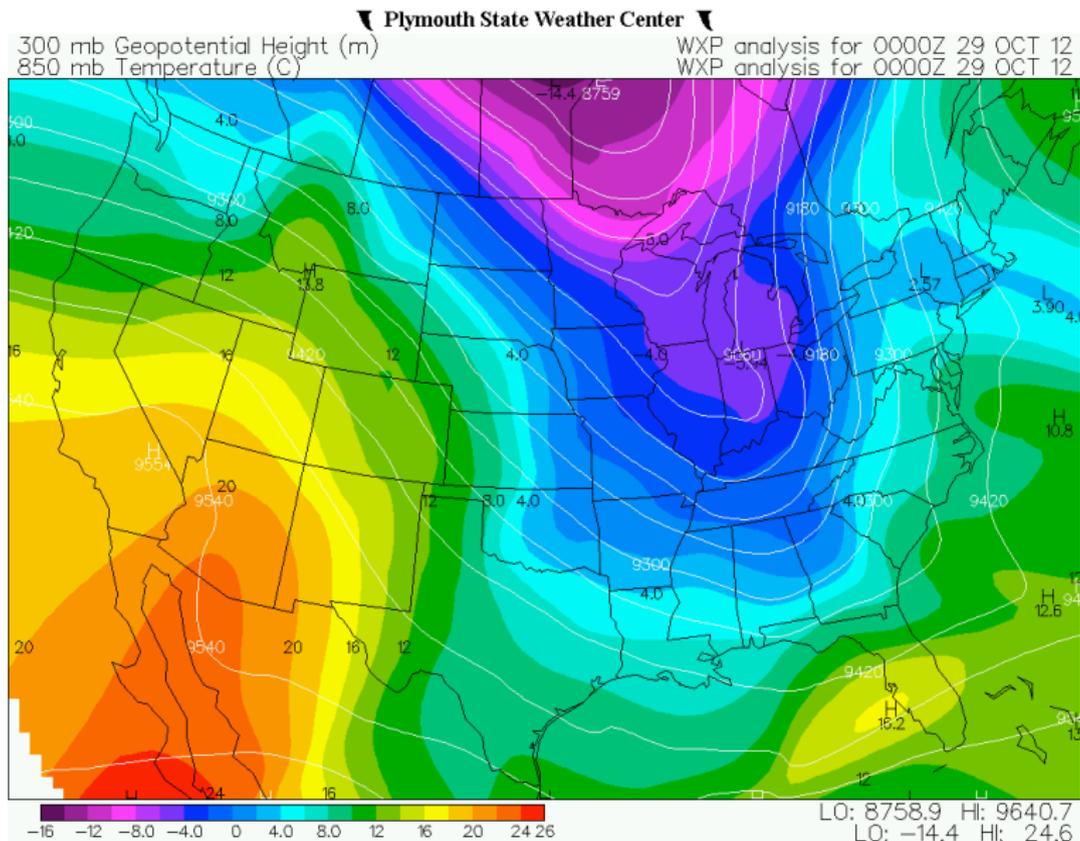
$$\delta < 0 \rightarrow \frac{\partial\omega}{\partial p} > 0 \rightarrow \omega > 0$$

- Un mouvement vertical vers le bas associé avec l'advection de T froide :

$$\omega > 0 \rightarrow -\vec{v} \cdot \nabla T < 0$$

Analyse :

Comparer avec l'axe du creux

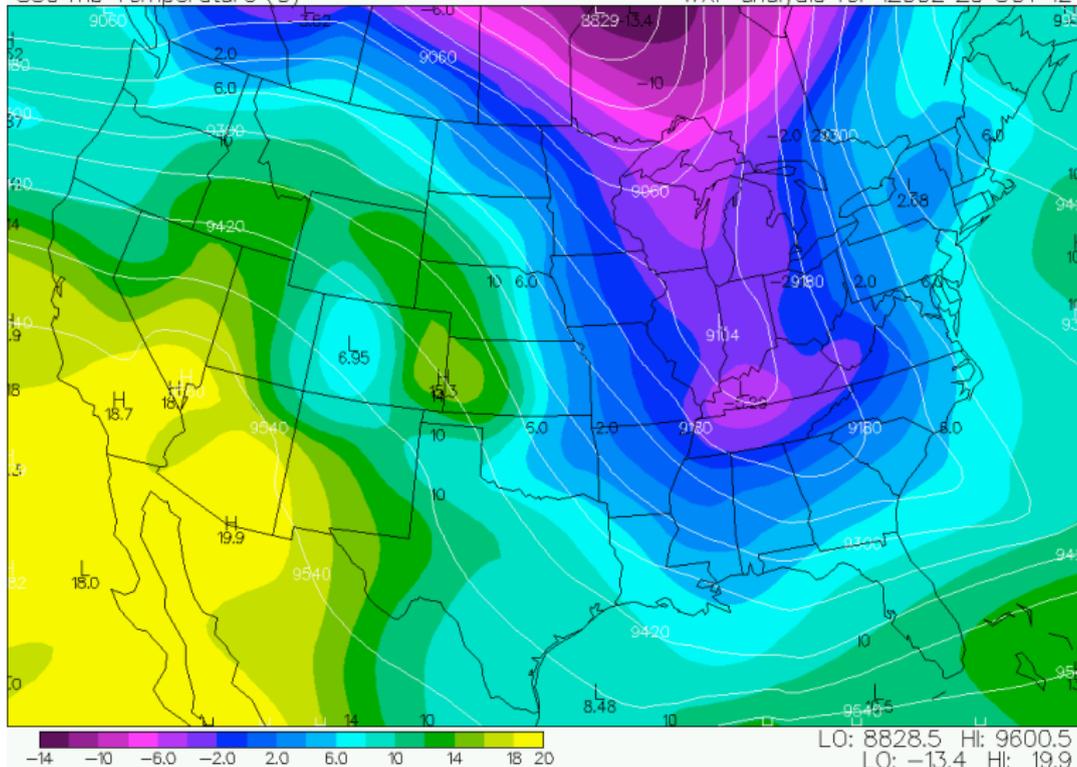


Creux 12 h plus tard

Plymouth State Weather Center

300 mb Geopotential Height (m)
850 mb Temperature (C)

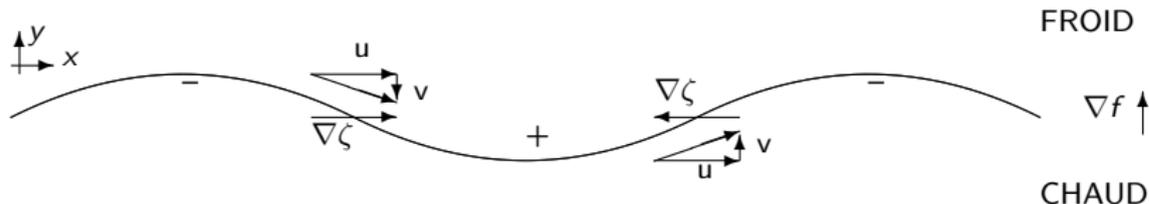
WXP analysis for 1200Z 29 OCT 12
WXP analysis for 1200Z 29 OCT 12



Conclusions

Propagation des creux/crêtes à 500 hPa

$$\text{à } p=500 \text{ hPa, } \delta \sim 0 \implies \frac{d\eta}{dt} = 0 \implies \frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\vec{v} \cdot \nabla(\zeta + f) :$$



1. Adv du tourbillon relatif : $-\vec{v} \cdot \nabla \zeta \rightarrow$ généralement selon x

$$\begin{array}{l|l} u > 0 \text{ and } \frac{\partial \zeta}{\partial x} > 0 & u > 0 \text{ and } \frac{\partial \zeta}{\partial x} < 0 \\ -u \frac{\partial \zeta}{\partial x} < 0 \rightarrow \frac{\partial \zeta}{\partial t} < 0 & -u \frac{\partial \zeta}{\partial x} > 0 \rightarrow \frac{\partial \zeta}{\partial t} > 0 \end{array}$$

2. Adv du tourbillon planétaire : $-\vec{v} \cdot \nabla f \rightarrow$ toujours selon y

$$\begin{array}{l|l} v < 0 \text{ and } \frac{\partial f}{\partial y} > 0 & v > 0 \text{ and } \frac{\partial f}{\partial y} > 0 \\ -v \frac{\partial f}{\partial y} > 0 \rightarrow \frac{\partial \zeta}{\partial t} > 0 & -v \frac{\partial f}{\partial y} < 0 \rightarrow \frac{\partial \zeta}{\partial t} < 0 \end{array}$$

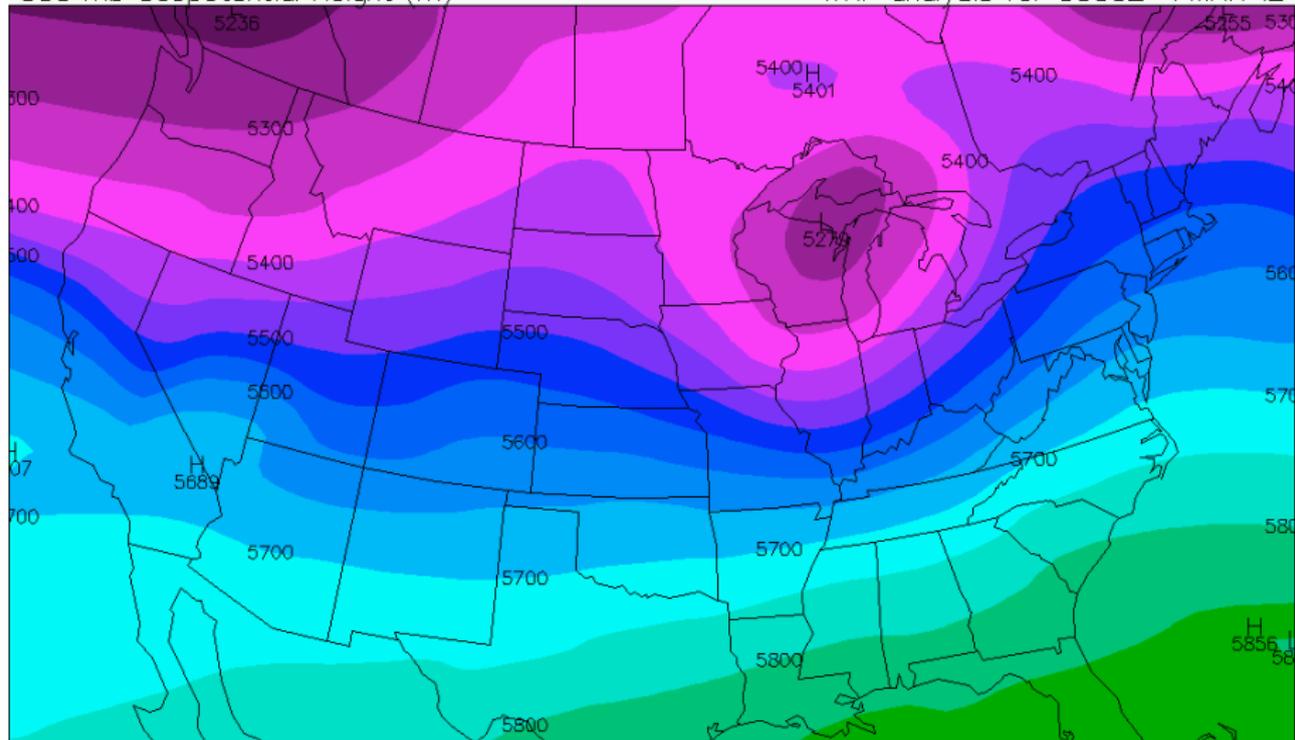
En combien de temps un creux traverse le continent
Nord-Américain ?

Hypothèse :

Analyse :

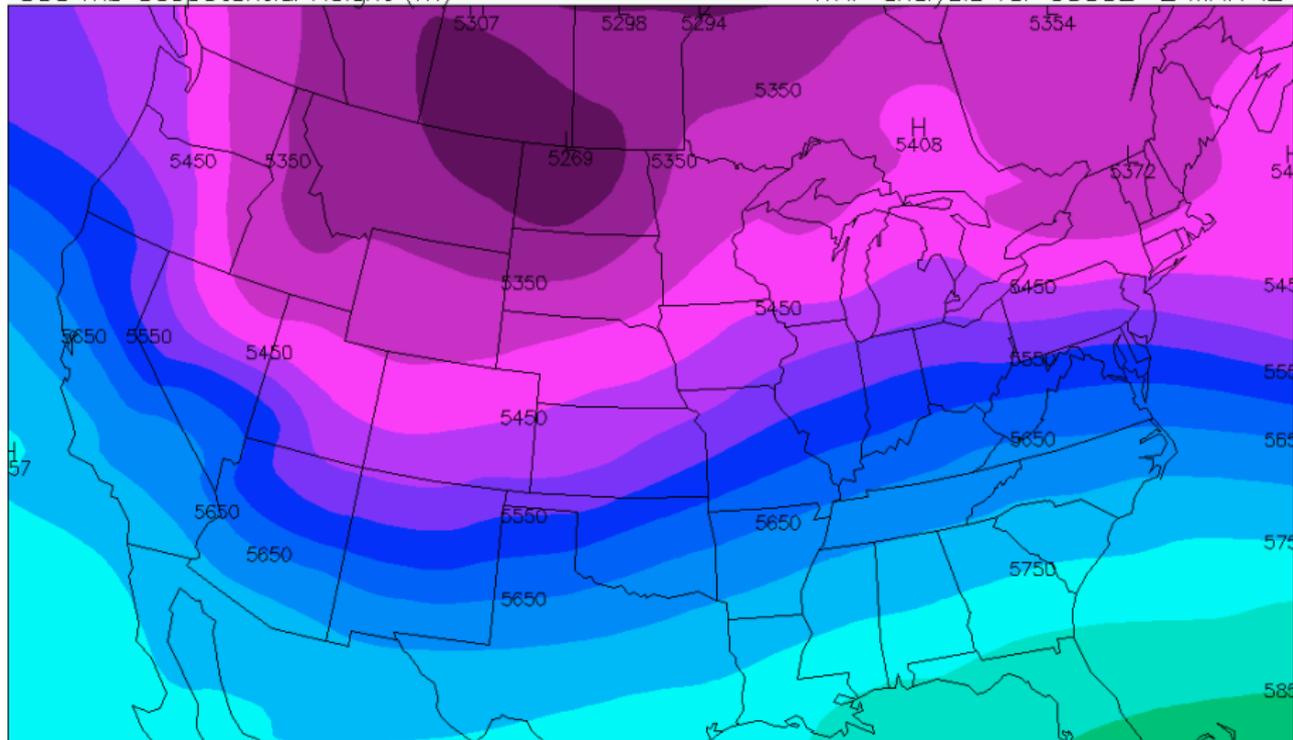
500 mb Geopotential Height (m)

WXP analysis for 0000Z 1 MAR 12



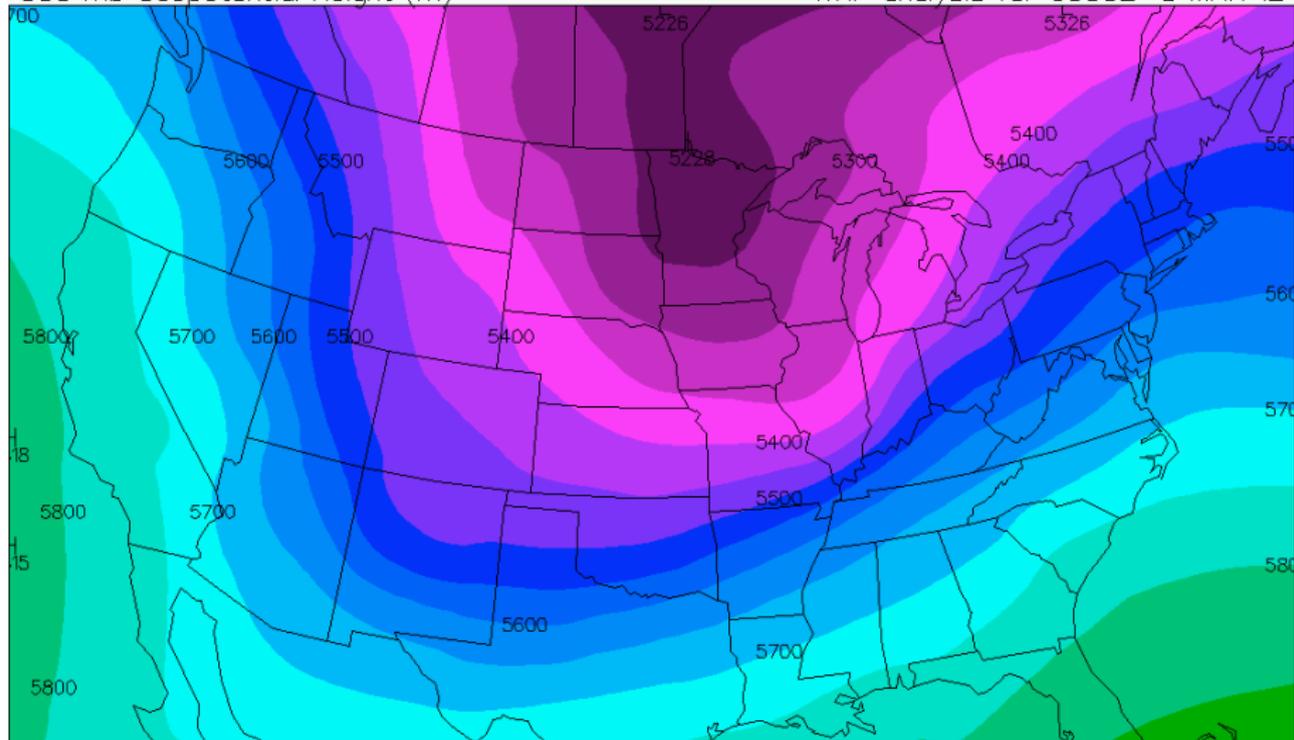
500 mb Geopotential Height (m)

WXP analysis for 0000Z 2 MAR 12



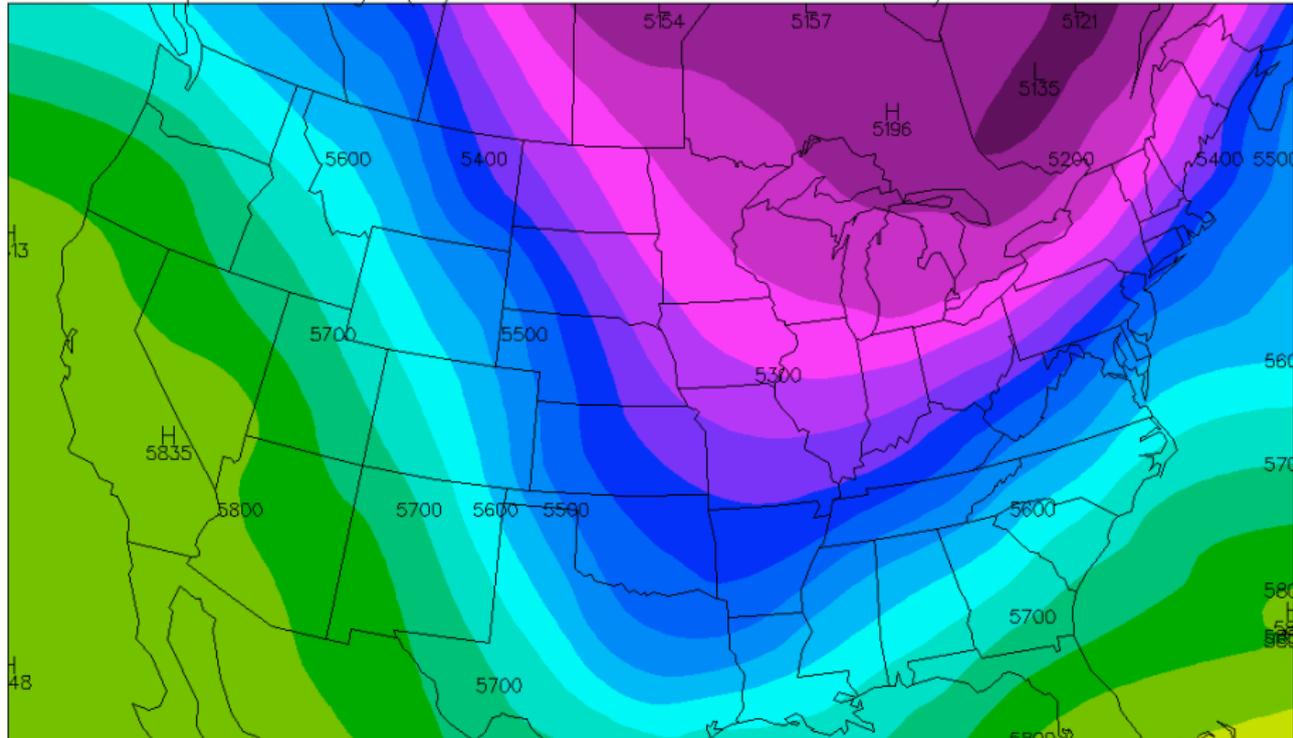
500 mb Geopotential Height (m)

WXP analysis for 0000Z 3 MAR 12



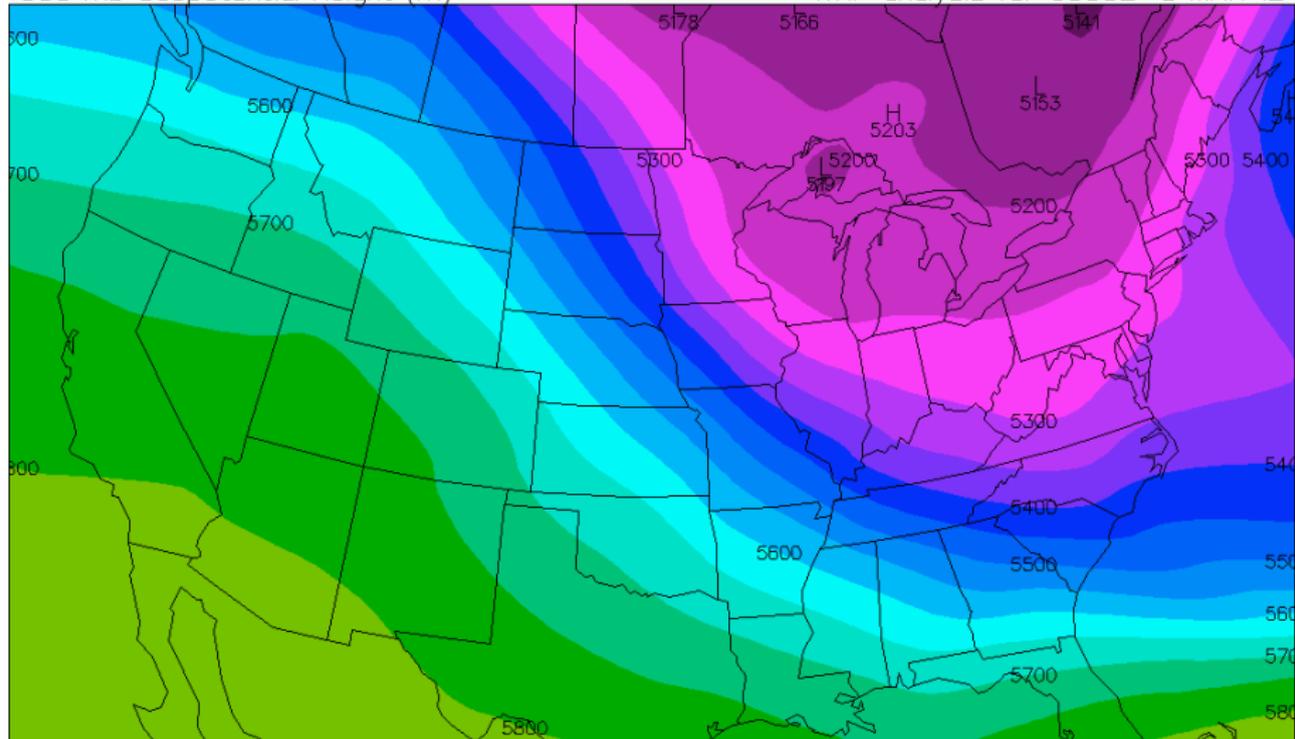
500 mb Geopotential Height (m)

WXP analysis for 0000Z 4 MAR 12



500 mb Geopotential Height (m)

WXP analysis for 0000Z 5 MAR 12



Conclusions

Pour un système météo se déplaçant vers l'est, l'advection du tourbillon planétaire agit dans le sens opposé à l'advection du tourbillon relatif. C'est pour cette raison qu'un creux prend 4-5 jours pour traverser le continent au lieu de 2 jours.

Résumé

- L'amplification des systèmes météo est reliée à $\frac{d\zeta}{dt} = -\eta\delta$

- La propagation des systèmes météo est reliée à $\frac{\partial\zeta}{\partial t} = -\vec{v} \cdot \nabla(\zeta + f)$

Tourbillon potentiel

Suppositions :

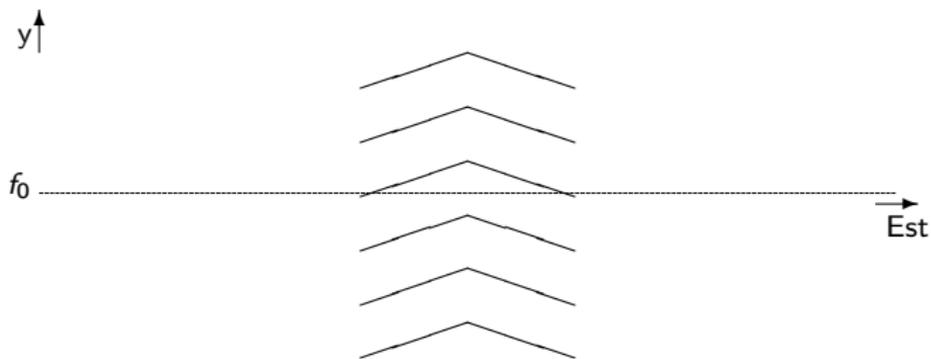
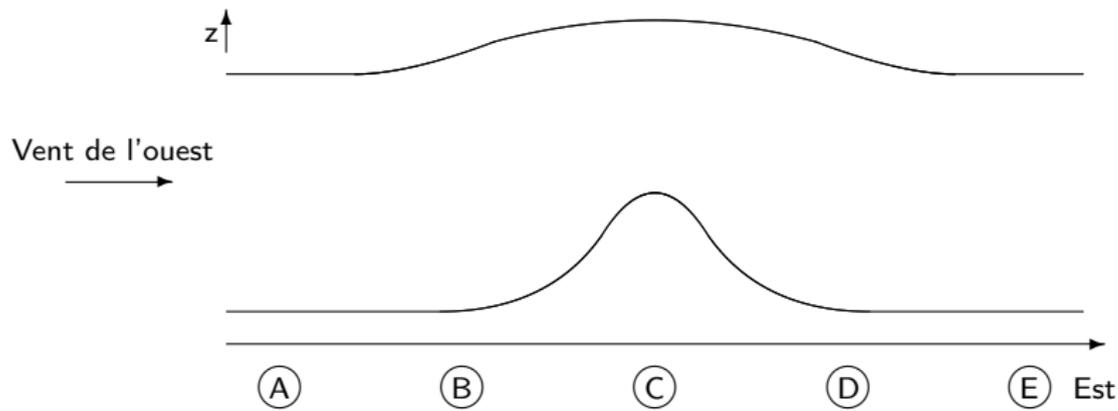
- Homogène : $\rho = \text{constante}$ (incompressible). Donc, le terme de solénoïde est négligeable.
- Hydrostatique : u et v ne dépendent pas de z initialement et ne changent pas dans le temps. Donc, le terme de basculement de l'équation du tourbillon est négligeable.
- Frottement négligeable.

L'équation du tourbillon est ainsi réduite à :

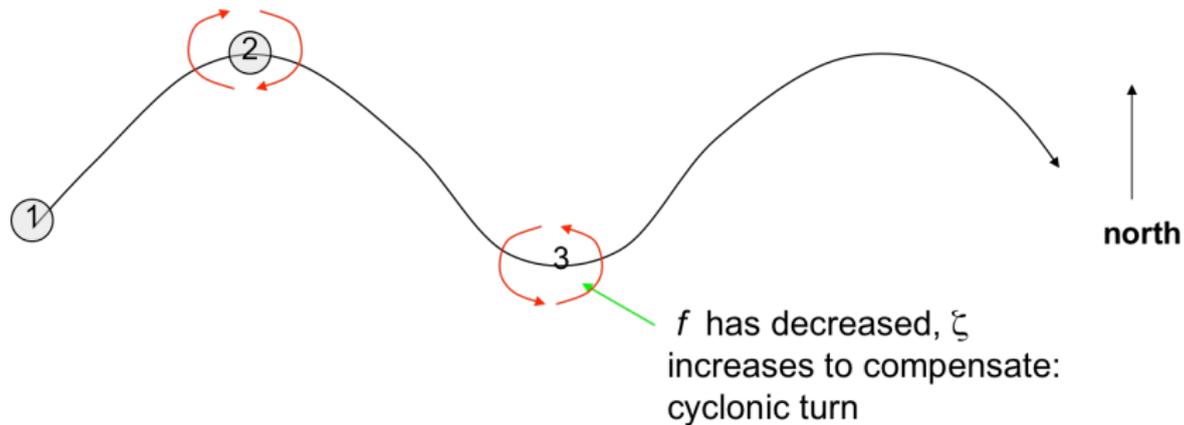
$$\frac{d}{dt}(\zeta + f) = -(\zeta + f)\delta$$

Après manipulation, le tourbillon potentiel est

$$\frac{(\zeta + f)}{H} = \text{constante}$$



Basse pression du coté à l'abri des montagnes



Basse pression du coté à l'abri des montagnes

▼ Plymouth State Weather Center ▼

