

**Assimilation de mesures de radiance et contenu en information**

**SCA-7216 Introduction à l'assimilation de données**

**UQAM Hiver 2017**

**Rappel de transfert radiatif**

- **Référence: Bohren et Clothiaux (2006)**
- **Distribution de Planck:**
  - Distribution de l'énergie émise en fonction du nombre d'onde et de la température
  - Vitesse de la lumière  $c$ , longueur d'onde  $\lambda$  et fréquence sont reliées par  $\lambda \nu = c$
  - Nombre d'onde:  $k = 1/\lambda$ . (et non pas  $k = 2\pi/\lambda$ )
  - Fréquence angulaire:  $\omega = 2\pi \nu$ .
- **Radiance**
  - *Densité* d'énergie émise  $B(k,T)$

$$E = \int_{k_0 - \Delta k/2}^{k_0 + \Delta k/2} B(k,T) dk \cong B(k_0,T) \Delta k$$

SCA-7216 Introduction à l'assimilation de données

**Fonction de Planck**

$$B(k, T) = \frac{h(2\pi c)^2 k^3}{\left( \exp\left(\frac{h2\pi c}{k_b T} k\right) - 1 \right)}$$

$k_b = 1.38 \times 10^{-23} JK^{-1}$  (constante de Boltzmann)  
 $h = 1.05450 \times 10^{-34} J s$  (constante de Planck)

Distribution de Planck normalisée en fonction du nombre d'onde. Elles sont représentées ici pour  $T = 6000K$  (en rouge, correspondant au spectre de la lumière solaire),  $T = 3000K$  (courbe pleine en noir),  $T = 2500K$  (courbe tiretée) et  $T = 1850K$  (courbe tiretée-pointillée).

SCA-7216 Introduction à l'assimilation de données

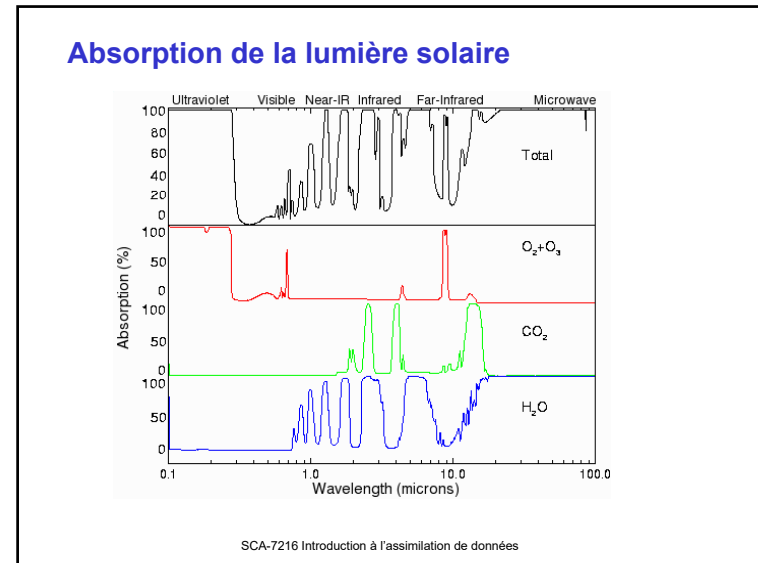
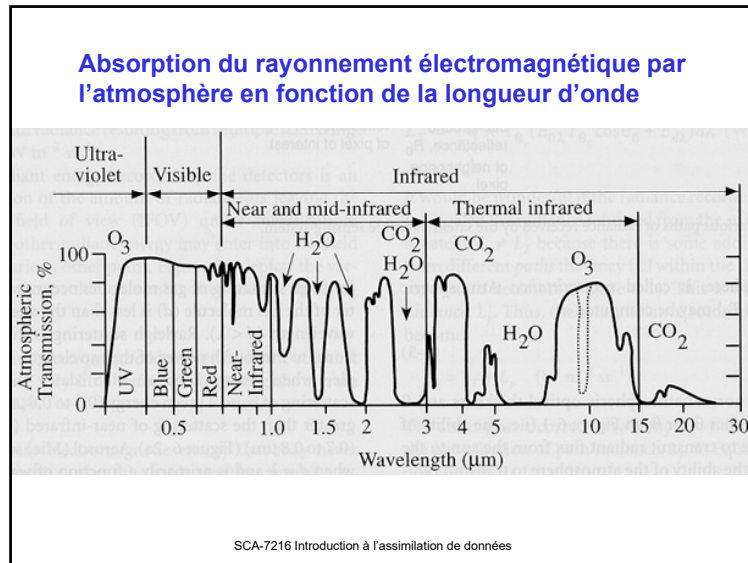
**Transfert radiatif**

- **Energie émise au sommet de l'atmosphère**

$$L(k) = \int_0^{\infty} B(k, T(z)) \frac{d\tau(k, z)}{dz} dz$$

- **Définitions:**
  - $B(k, T(z))$ : fonction de Planck
  - $\tau(k, z)$ : transmittance de l'atmosphère
- La variation de  $B(k, T(z))$  selon  $k$  est négligeable par rapport à la variation de la transmittance  $\tau(k, z)$  avec le nombre d'onde.

SCA-7216 Introduction à l'assimilation de données



### Représentation du transfert radiatif

- Considérant que
 
$$\frac{d\tau(v_i, z)}{dz} \equiv K_i(z) \quad B(\bar{\nu}, T(z)) = \sum_{j=1}^m w_j W_j(z)$$
- L'équation du transfert radiatif prend alors la forme
 
$$L_i = L(v_i) = \sum_{j=1}^m w_j \int_0^\infty W_j(z) K_i(z) dz = \sum_{j=1}^m C_{ij} w_j$$
- où  $C_{ij} = \int_0^\infty W_j(z) K_i(z) dz$ . Ceci se réécrit comme
 
$$L_i = L(v_i) = \sum_{j=1}^m w_j \int_0^\infty W_j(z) K_i(z) dz = \sum_{j=1}^m C_{ij} w_j$$

$$y_i = H_i(T(z))$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}(\mathbf{T}(z))$$

SCA-7216 Introduction à l'assimilation de données

### Linéarisation

- Transfert radiatif
 
$$\mathbf{L}(k) = \int_0^\infty B(k, T(z)) \frac{d\tau(k, z)}{dz} dz = \mathbf{H}_k(\mathbf{T})$$
- Linéarisation permet de décrire un changement dans la valeur de la radiance causée par un changement dans la température  $\delta T(z_k) = \delta T_k$ 

$$\delta L_i \approx \sum_{k=1}^{N_i} \frac{\partial B}{\partial T}(\bar{T}_k) W_i(z_k) \Delta \ln(p_k / p_s) \delta T_k \equiv \sum_{k=1}^{N_i} H_{ik} \delta T_k$$
- Forme linéarisée permet d'obtenir  $\mathbf{H}^T(\mathbf{y} - \mathbf{H}(\mathbf{T}_b))$ 

$$\delta \mathbf{L} = \left( \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{T}} \right)_{\mathbf{T}=\mathbf{T}_b} \delta \mathbf{T} = \mathbf{H} \delta \mathbf{T}$$

SCA-7216 Introduction à l'assimilation de données

Résumé: transfert radiatif et opérateur d'observation pour les radiances à différentes longueurs d'onde

- Opérateur d'observation est donc une relation nonlinéaire dans ce cas
- Approche incrémentale permet de linéariser cette relation

$$H(\mathbf{T}_b(z) + \delta\mathbf{T}_a) = H(\mathbf{T}_b(z)) + \left(\frac{\partial H}{\partial \mathbf{T}}\right)_{\mathbf{T}=\mathbf{T}_b} \delta\mathbf{T}_a + \dots$$

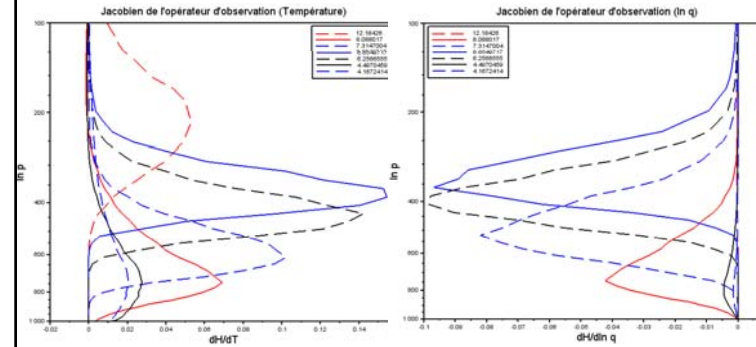
$$\cong H(\mathbf{T}_b) + \mathbf{H}'(\mathbf{T}_b) \delta\mathbf{T}_a$$

- Equation de l'analyse:

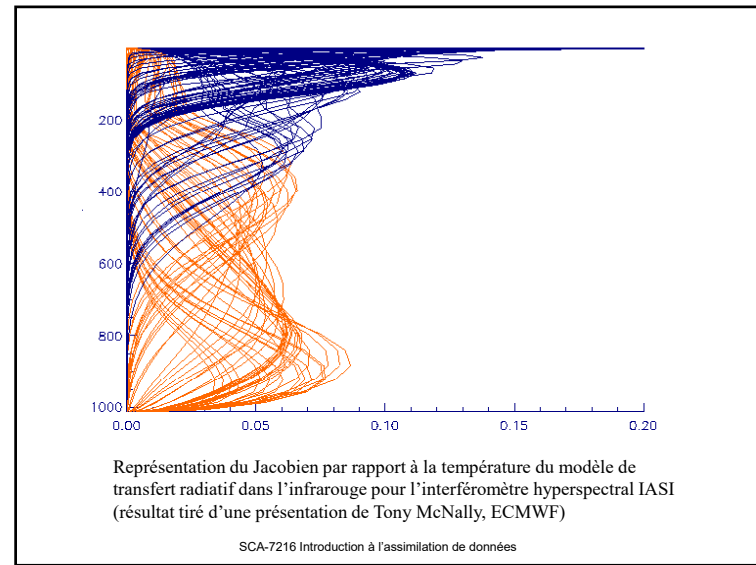
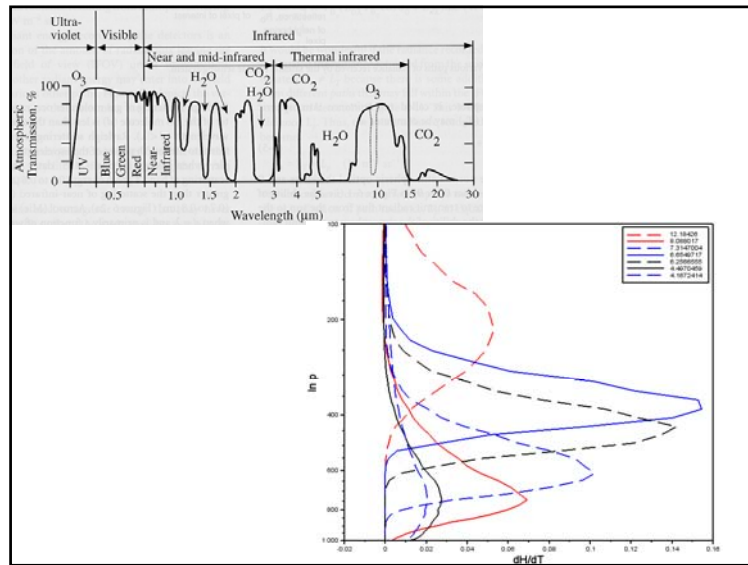
$$\delta\mathbf{T}_a = \mathbf{T}_a - \mathbf{T}_b = \mathbf{B}\mathbf{H}'^T (\mathbf{R} + \mathbf{H}'\mathbf{B}\mathbf{H}'^T)^{-1} (\mathbf{y} - H(\mathbf{T}_b))$$

SCA-7216 Introduction à l'assimilation de données

Jacobien de l'opérateur d'observation (AIRS)

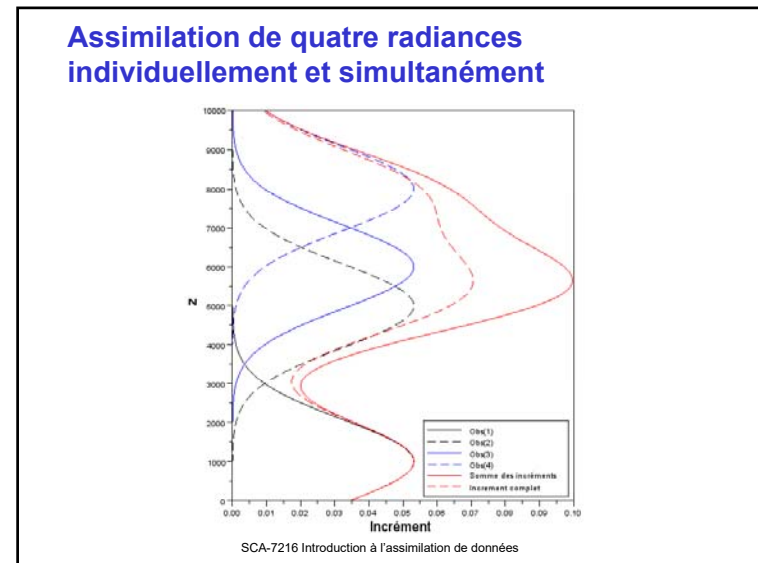
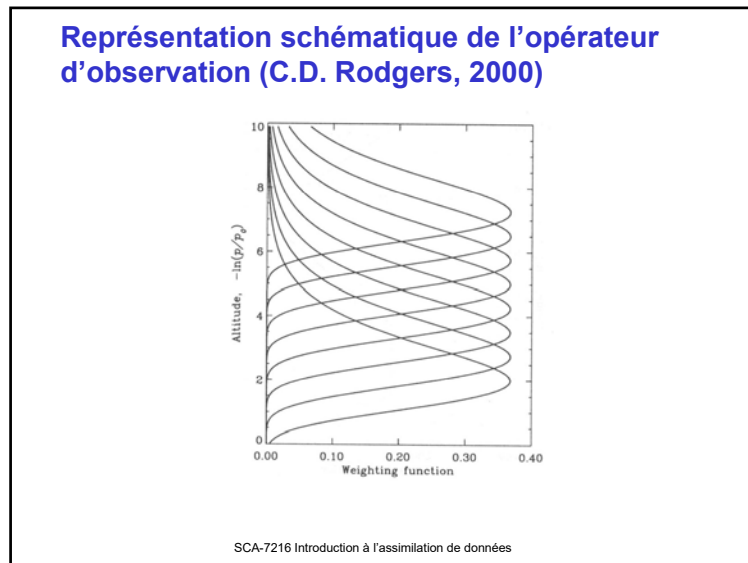
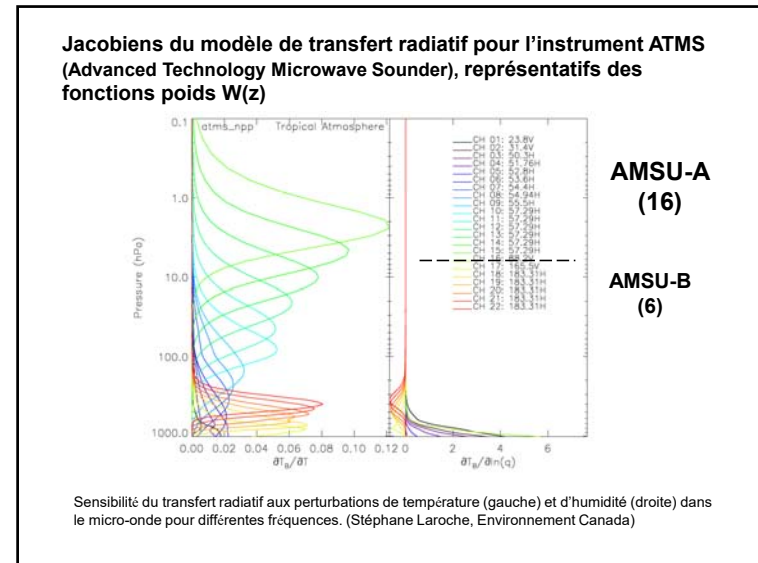
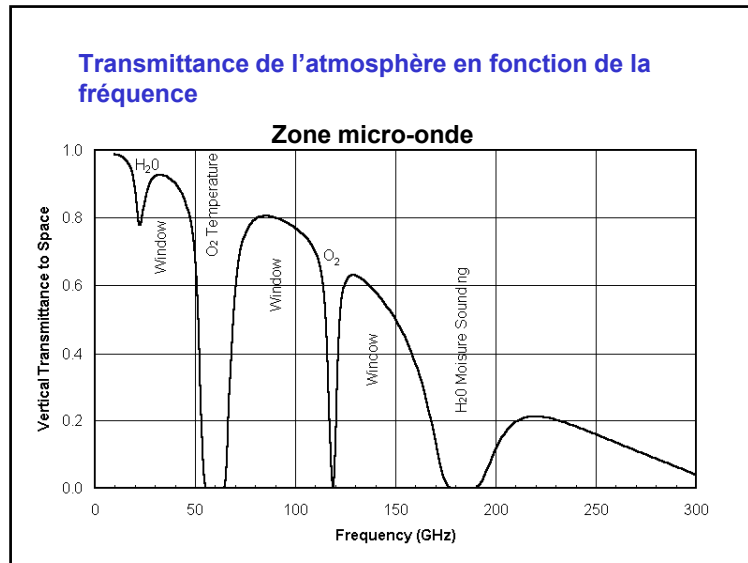


SCA-7216 Introduction à l'assimilation de données



Représentation du Jacobien par rapport à la température du modèle de transfert radiatif dans l'infrarouge pour l'interféromètre hyperspectral IASI (résultat tiré d'une présentation de Tony McNally, ECMWF)

SCA-7216 Introduction à l'assimilation de données



### Décomposition en vecteurs 'singuliers d'un opérateur d'observation H

- Vecteur d'état X ne peut produire un 'Équivalent-modèle' que s'il se projette sur l'un des M vecteurs-ligne qui définissent H

$$H = \begin{pmatrix} h_1^T \\ \vdots \\ h_M^T \end{pmatrix} \quad \longrightarrow \quad HX = \begin{pmatrix} h_1^T X \\ \vdots \\ h_M^T X \end{pmatrix}$$

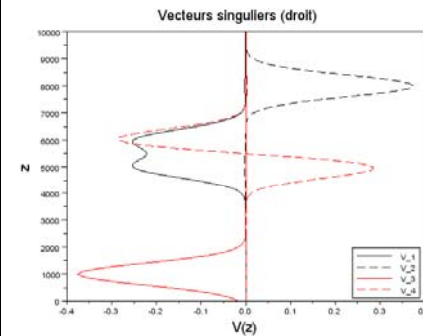
- En utilisant la décomposition en *vecteurs singuliers*, on peut représenter H comme  $H = U \Lambda V^T$  de telle sorte que

$$U^T U = \begin{pmatrix} U_1^T \\ \vdots \\ U_M^T \end{pmatrix} (U_1 \dots U_M) = I_{M \times M} \quad V^T V = \begin{pmatrix} V_1^T \\ \vdots \\ V_M^T \end{pmatrix} (V_1 \dots V_M) = I_{M \times M}$$

SCA-7216 Introduction à l'assimilation de données

### Exemple SCILAB pour les radiances

- Dans SCILAB, la fonction 'svd' permet de calculer U, V et D (matrice diagonale MxM contenant les 'valeurs singulières') de telle sorte que  $H = UDV^T$  ( $[U \ D \ V] = \text{svd}(H, 1.e-1)$ )

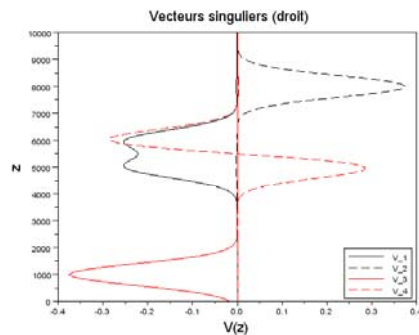


Valeurs singulières:  
 $L_1 = 2.9284782$   
 2.6626707  
 2.6625441  
 2.3672022

SCA-7216 Introduction à l'assimilation de données

### Exemple SCILAB pour les radiances

- Dans SCILAB, la fonction 'svd' permet de calculer U, V et D (matrice diagonale MxM contenant les 'valeurs singulières') de telle sorte que  $H = UDV^T$  ( $[U \ D \ V] = \text{svd}(H, 1.e-1)$ )

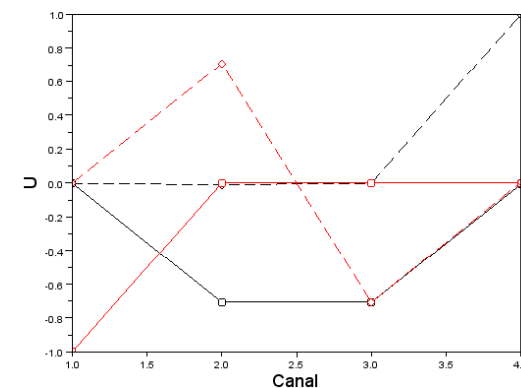


Valeurs singulières:  
 $\lambda_1 = 2.9284782$   
 $\lambda_2 = 2.6626707$   
 $\lambda_3 = 2.6625441$   
 $\lambda_4 = 2.3672022$

SCA-7216 Introduction à l'assimilation de données

### Vecteurs singuliers à gauche

#### Vecteurs singuliers à gauche



SCA-7216 Introduction à l'assimilation de données

## Résumé

- **Opérateur d'observation pour l'assimilation de données satellitaires de radiances à différente longueur d'onde**
  - basé sur la physique du transfert radiatif dans l'atmosphère
  - Dépend principalement de la température mais aussi de l'humidité, de l'ozone et autres constituants chimiques (e.g., méthane, CO, CO<sub>2</sub>)
- **Mesures dans plusieurs longueurs d'onde ne permettent que de recouvrir un profil de température**
  - Problème est dit mal posé
  - Assimilation comble l'information à l'aide d'un champ d'essai
- **Contenu d'information réel peut être évalué en effectuant une décomposition en valeurs singulières de l'opérateur d'observation**
  - Permet de faire une association entre une profil particulier (vecteur singulier à gauche) et une observation particulière (vecteur singulier à droite)